

# -1 フーリエ級数とフーリエ変換

～ まずは結論を知ろう

## 1. 方形波の幅や周期を変えると？ ～ (教科書 6.7, p.210-211, 図 6.15, 6.16)

パルス幅を狭くする (インパルス列へ)

～ スイカの味は叩けばわかる?!

全周波数への応答を調べる為にパルスを加える.

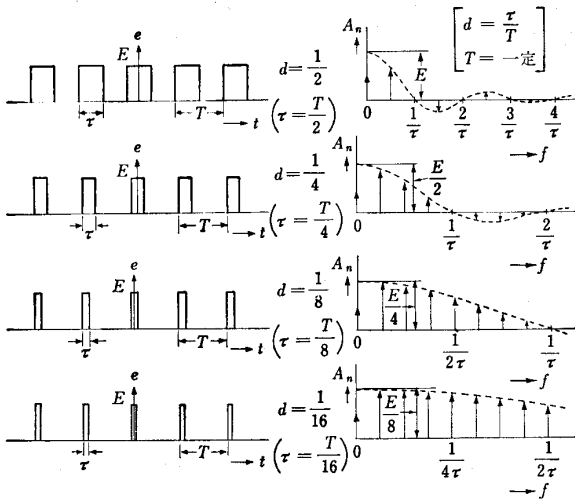


図 3.4 方形パルス列の周波数スペクトル (パルス幅を変化させた場合)  
(数値例:  $T=1\text{ ms}$ ,  $\tau=0.5\text{ ms}$ ,  $1/\tau=2\text{ kHz}$ )

周期を長くする (周期波から孤立波へ)

～ 孤立波にするとフーリエ変換\*

\*1 フーリエ変換 p.213, 式(9)-(10)

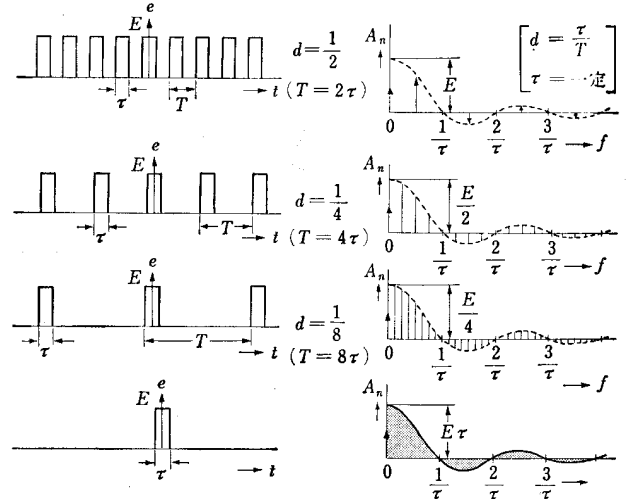
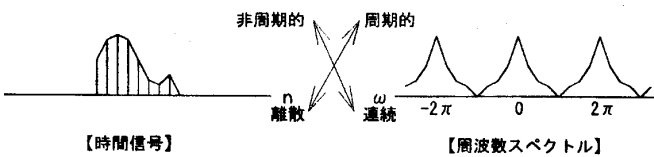


図 3.5 方形パルス列の周波数スペクトル (パルス間けきを変化させた場合)  
(数値例:  $T=2\text{ }\mu\text{s}$ ,  $\tau=1\text{ }\mu\text{s}$ ,  $1/\tau=1\text{ MHz}$ )

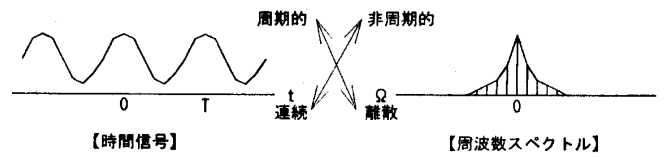
佐川・辻井「基礎回路解析」共立出版より抜粋

## 2. 四つのフーリエ変換 ～ 周期波か孤立波か × 連続か離散か = 4通り



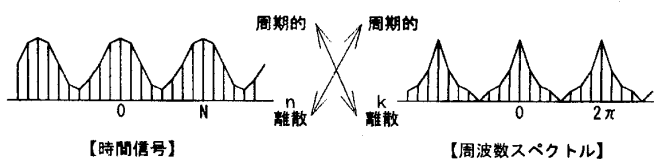
(a) 離散時間フーリエ変換 (DTFT)

デジタル画像信号のスペクトルは連続かつ周期的.



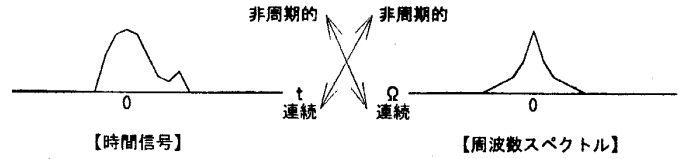
(c) フーリエ級数展開 (FS)

周期波(音程のある音)は離散的なスペクトルを持つ.



(b) 離散フーリエ級数展開 (DFS)

コンピュータで計算するには離散でなければ... FFTはこのタイプ.



(d) フーリエ変換 (FT)

孤立波(音程のない音)は連続スペクトル. 変換は積分で.

## -2 フーリエ級数展開の解析的手法 3

### 3. "複素指数形"でフーリエ級数展開しよう ~ (教科書 6.4 p.195-196)

周期が  $2p$  である連続時間信号  $f(t)$  は、次式のようにフーリエ級数展開される。

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(+j\frac{n\pi}{p}t\right) \quad (1) \quad \text{教科書 6.4 p.195 の式(1)}$$

ここで、フーリエ係数<sup>1</sup>  $c_n$  は次式で与えられる。

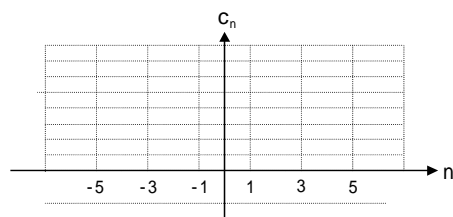
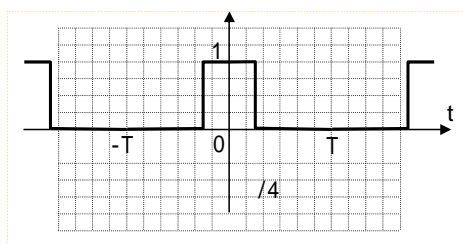
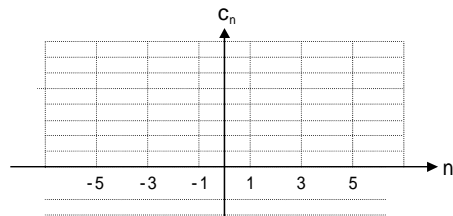
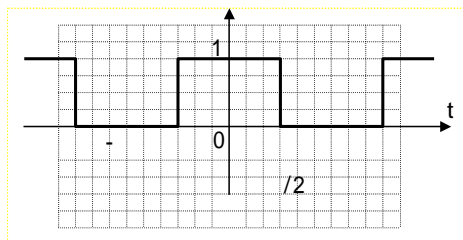
$$c_n = \frac{1}{2p} \int_d^{2p+d} f(t) \exp\left(-j\frac{n\pi}{p}t\right) dt \quad (2) \quad \text{教科書 6.4 p.196 の式(2)}$$

### 4. 方形波のパルス幅を狭くすると? ~ (教科書 6.4 p.195-196)

方形波のパルス幅を変えると成分の大きさ(周波数スペクトル)がどのように変化するかを調べよう。

一周期が  $2\pi$  である波形  $f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \pi/2 \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$  と  $f(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \pi/4 \\ 0 & \text{上記以外} \end{cases}$  のそれぞれについて、

式(2)を用いて  $c_n$  を計算し、横軸を  $n$ 、縦軸を  $c_n$  として周波数スペクトルを図示せよ。



### 5. 宿題と演習 ~ (教科書 6.4 p.197)

一周期が次式で定義される関数に対して式(2)のフーリエ係数を求めよ。

練習問題 5  $f(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & 1 < t < 2 \end{cases}$

練習問題 7  $f(t) = t, \quad 0 < t < 1$

練習問題 9  $f(t) = \cos t, \quad -\pi/2 < t < \pi/2$

(確認)  $\cos t = \frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2}, \quad \sin t = \frac{e^{jt} - e^{-jt}}{2j}$

<sup>1</sup> FFT やフーリエ変換とよく似た「顔」をしていることに注意。  $c_n$  とこれまでに習った  $a_n$  や  $b_n$  との関係を導こう。