⑩-A インパルス関数のフーリエ変換

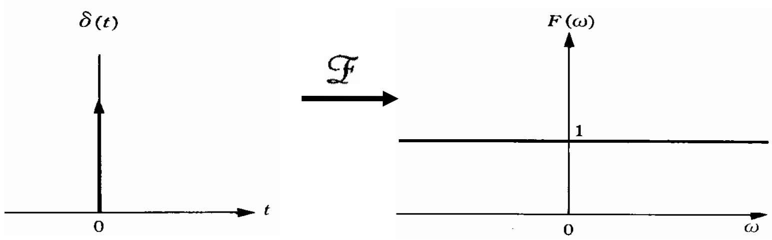
1．インパルス関数とフーリエ変換

以下を証明せよ。教科書 5 章

(1) 単位インパルス関数 (問題 5.1)

のフーリエ変換は１。

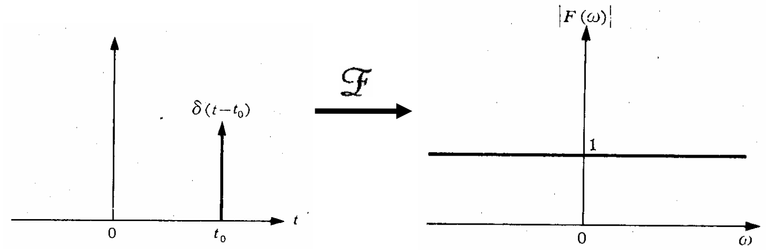
$$\mathscr{F}\left[\delta(t)\right]=1$$



(2) 時間推移したインパルス (問題 5.4)

のフーリエ変換の振幅は１。

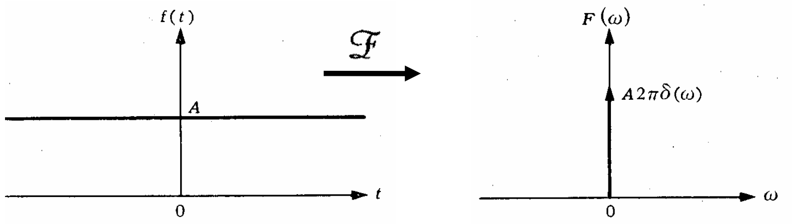
$$\mathscr{F}\left[\delta(t-t_0)\right]=e^{-j\omega t_0}$$



(3) 定数のフーリエ変換 (問題 5.6)

はインパルスである。

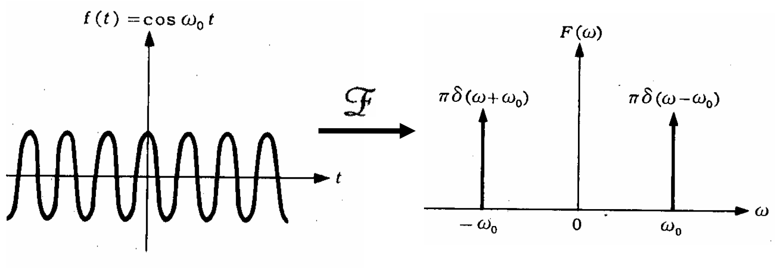
$$\mathscr{F}\left[1\right]=2\pi\delta(\omega)$$



(4) $\cos\omega_0 t$ のフーリエ変換 (問題 5.8)

は２つのインパルスである。

$$\mathscr{F}\left[\cos(\omega_0 t)\right]=\pi\delta(\omega-\omega_0)+\pi\delta(\omega+\omega_0)$$

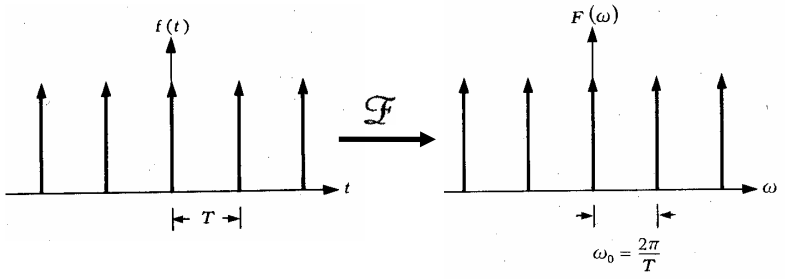


(5) インパルス列のフーリエ変換 (問題 5.15)

はインパルス列。

$$\mathscr{F}\left[\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)\right]$$

$$=\omega_0\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_0)$$



⑩-B サンプリング定理

２．時間畳み込みの定義と性質

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(t-x)\,dx$$ 定義 (教科書 4.7 節)

$$f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t)$$ 可換則 (問題 4.27)

$$\mathcal{F}\left[f_1(t) * f_2(t)\right] = F_1(\omega)\cdot F_2(\omega)$$ 畳み込み定理 (問題 4.31)

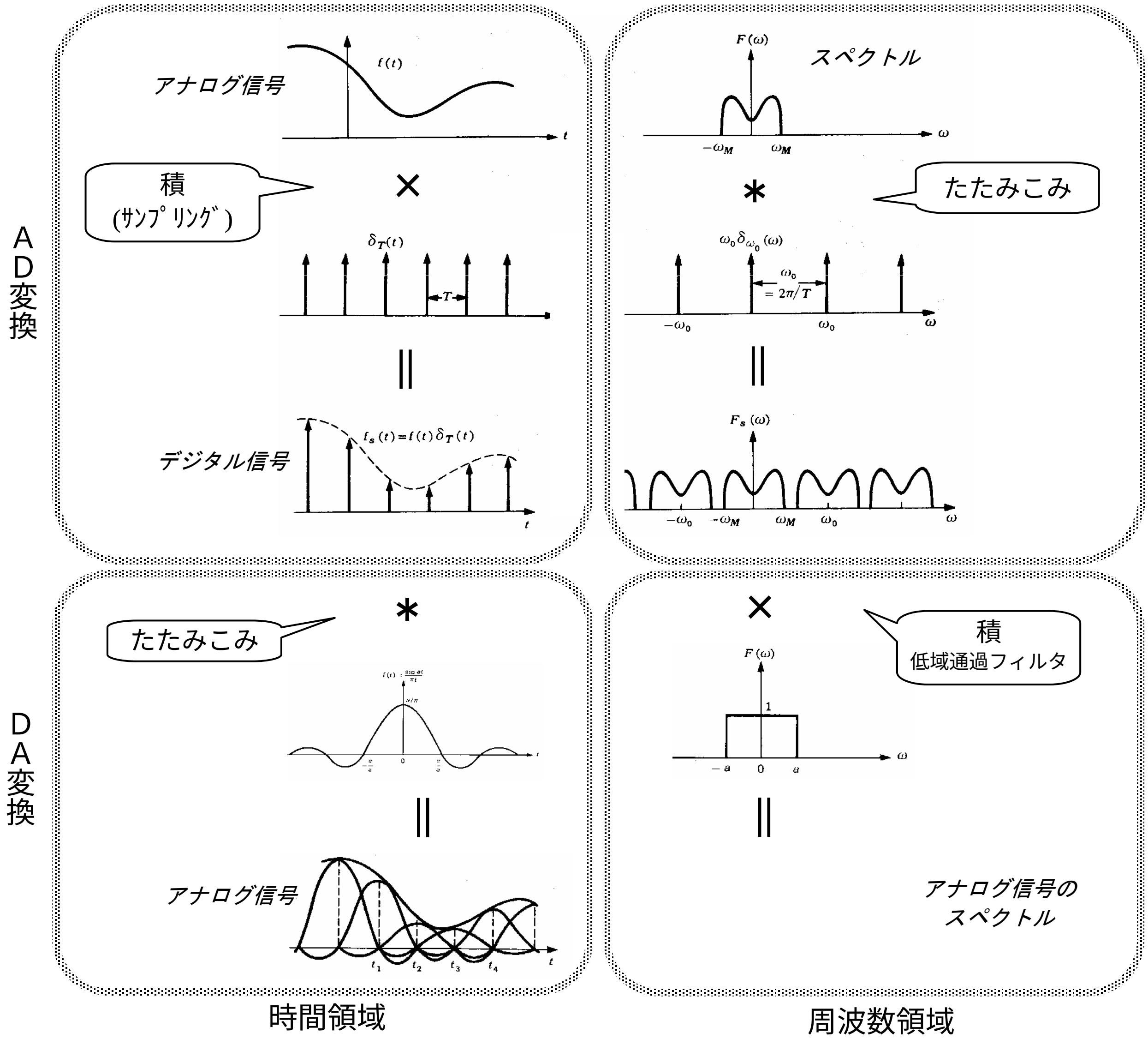
３．インパルス関数との時間畳み込み

$$f(t) * \delta(t) = \delta(t) * f(t) = f(t)$$ 性質 (問題 4.29)

$$f(t) * \delta(t-t_0) = \delta(t-t_0) * f(t) = f(t-t_0)$$ 時間推移 (問題 4.30)

４．サンプリング定理

～ 教科書 7.1



2005.6.24 氏名

⑩-C　フーリエ変換の性質（復習①）

★　フーリエ変換の性質について以下にまとめよ。

(1)線形性（問題 4.15）　　$\mathcal{F}\left[a_1 f_1(t)+a_2 f_2(t)\right]=$

(2)周波数推移性（問題 4.19）　　$\mathcal{F}\left[f(t)e^{+j\omega_0 t}\right]=$

(3)対称性（問題 4.22）　　$\mathcal{F}\left[F(t)\right]=$

(4)時間推移性（問題 4.18）　　$\mathcal{F}\left[f(t-t_0)\right]=$

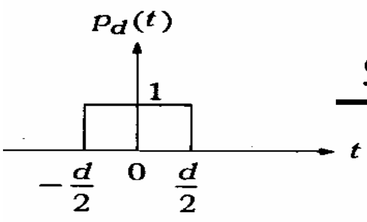
(5)スケーリング性（問題 4.17）　　$\mathcal{F}\left[f(at)\right]=$

(6)周波数畳み込みの定義　　$F_1(\omega) * F_2(\omega)=$

(7)周波数畳み込み定理（問題 4.32）　　$\mathcal{F}\left[f_1(t)\cdot f_2(t)\right]=$

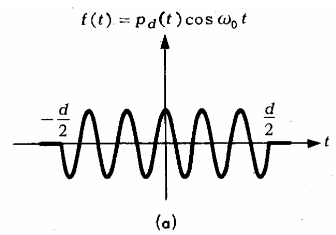
★　以下の $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ を求めて $F(\omega)$ を図示せよ。

(1)　$f(t)=p_d(t)=\begin{cases} 1 & , \ |t|<\dfrac{d}{2} \\ 0 & , \ |t|>\dfrac{d}{2} \end{cases}$



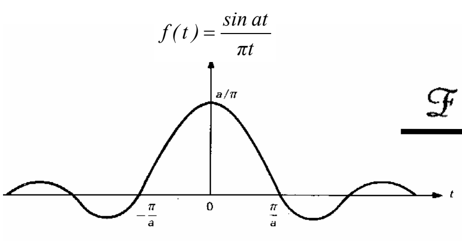
$\xrightarrow{\mathcal{F}}$

(2)　$f(t)=p_d(t)\cos\omega_0 t$



$\xrightarrow{\mathcal{F}}$

(3)　$f(t)=\dfrac{\sin\ at}{\pi t}$



$\xrightarrow{\mathcal{F}}$