

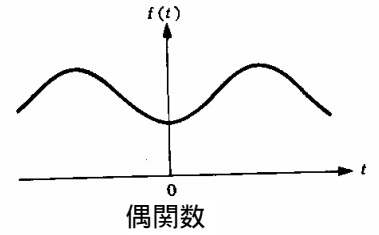
-A 周期対称波形のフーリエ級数展開

1. ^{even}偶関数と^{odd}奇関数

【宿題】問題 2.4、2.5、2.8、2.9 を解け。

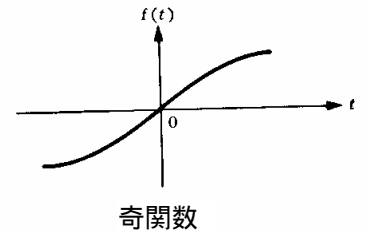
$f(-t) = f(t)$ を満たす関数は偶関数と呼ばれ、次式が成り立つ。

$$\begin{cases} a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt, & n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n = 0, & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$



$f(-t) = -f(t)$ を満たす関数は奇関数と呼ばれ、次式が成り立つ。

$$\begin{cases} a_n = 0, & n = 0, 1, 2, \dots \\ b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt, & n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

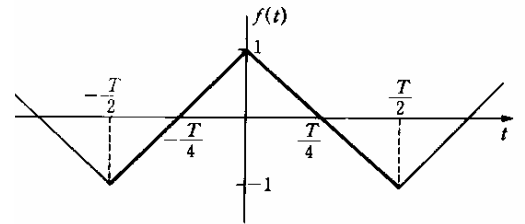


2. 三角波のフーリエ係数

【宿題】問題 1.11 を解け。

Find the Fourier series expansion of the periodic triangular wave shown in Fig.1.

部分積分 $\int f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)] - \int f'(x)g(x)dx + C$

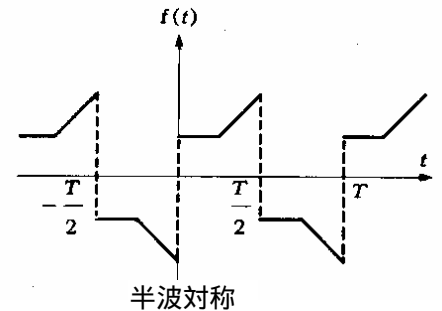


3. 半波対称波形のフーリエ係数

【宿題】問題 2.10 を解け。

周期 T の関数が $f(t) = -f(t \pm \frac{T}{2})$ を満たすとき、 $f(t)$ は半波対称と呼ばれ、次式が成り立つ。

$$\begin{cases} a_n = 0, & n = 0, 2, 4, 6, \dots \\ a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt, & n = 1, 3, 5, 7, \dots \\ b_n = 0, & n = 0, 2, 4, 6, \dots \\ b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt, & n = 1, 3, 5, 7, \dots \end{cases}$$



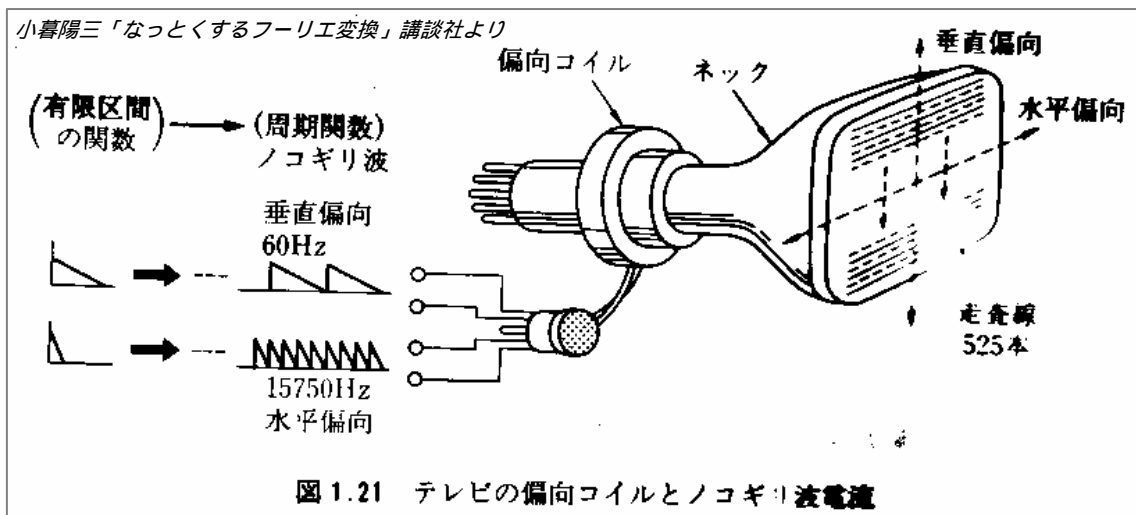
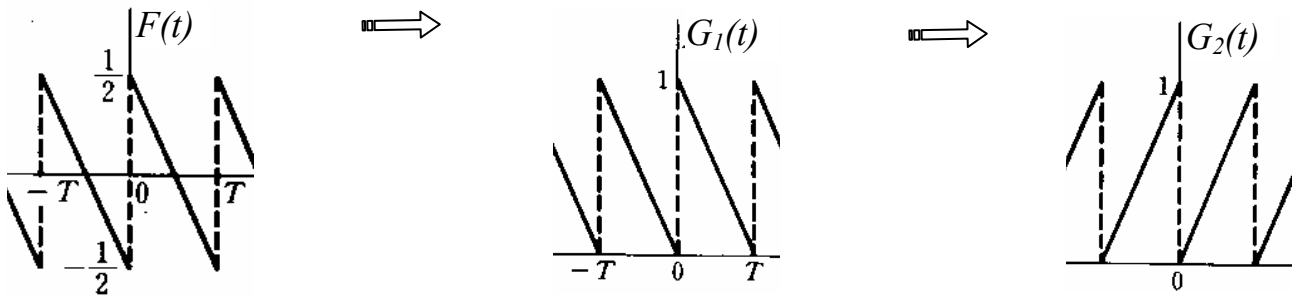
【問題】 周期関数 $f(t)$ が半波対称であるとき、 $f(t)$ のフーリエ係数 a_n および b_n は、 n が偶数のときにゼロとなることを証明せよ。

-B 周期対称波形のフーリエ級数展開

4. 鋸歯状波

【宿題】問題 2.15, 2.16 を解け。

- (1) $F(t)$ をフーリエ級数展開せよ。
- (2) 上記の結果を利用して, $G_1(t)$ と $G_2(t)$ をそれぞれフーリエ級数展開せよ。



5. 1/4 波対称波形

【宿題】問題 2.11, 2.12 を解け。

$f(t)$ が半波対称で、かつ偶関数であるとき、 $f(t)$ は偶 1/4 波対称と呼ばれ、 a_{2n-1} , ($n=1, 2, 3, \dots$)のみ値を持つ。

