⑤-A　複素フーリエ級数展開と周波数スペクトル

１．フーリエ級数展開を複素指数関数で表す　　～宿題は問題 3.1～3.4

一周期が T である連続時間信号 $f(t)$ は，次式のように「複素指数関数」でフーリエ級数展開される．

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{+jn\omega_0 t} \quad , \quad 但し、\omega_0=\frac{2\pi}{T} \quad , \quad \boxed{e^{jt}=\cos\ t+j\sin\ t} \tag{1}$$

ここで，"複素指数形"のフーリエ係数 c_n は次式で与えられる．

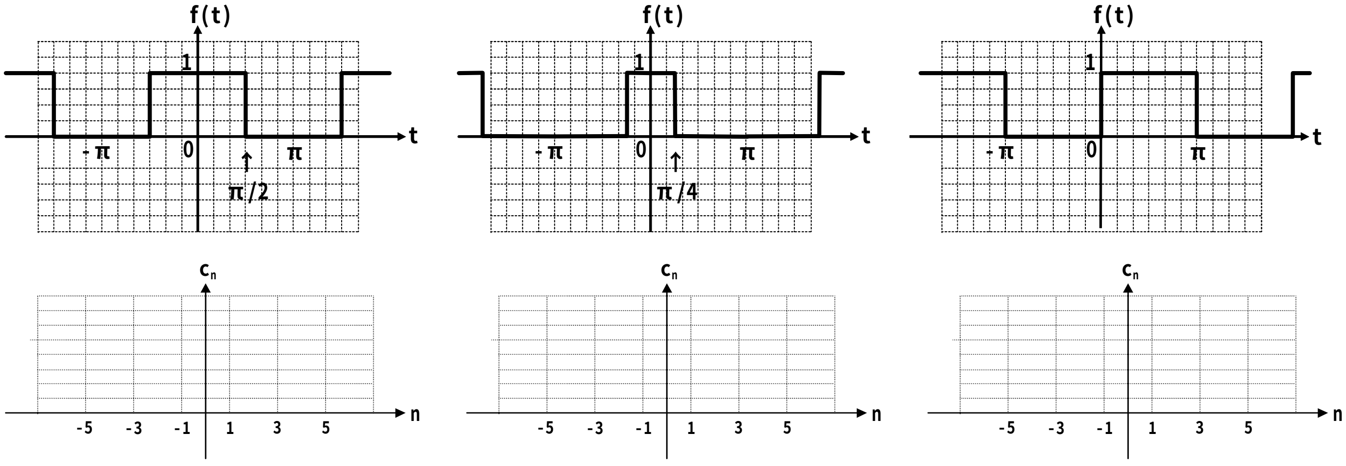
$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\ e^{-jn\omega_0 t}\ dt \quad , \quad n=0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm\infty \tag{2}$$

課題　c_nをa_nとb_nで表せ。また、a_nとb_nをc_nで表せ。

２．方形波のパルス幅を狭くする（サンプリング関数）　　～宿題は問題 3.7

周期が2πである以下の波形について，上記の式(2)を用いて c_n を計算し，

横軸をn，縦軸を周波数振幅スペクトル$|c_n|$ として図示せよ．



（a）　　（b）　　（c）

課題　パルス幅を更に狭くするとスペクトルの形状はどのように変化するか？ (a)と(b)を比較せよ。

３．時間をシフトする（周波数位相スペクトル）　　～宿題は問題 3.9

課題　上記（a）と（c）の周波数スペクトルを計算して比較し、

周波数振幅スペクトルは同じだが、周波数位相スペクトルが異なることを確認せよ。

⑤-B　複素フーリエ級数展開と周波数スペクトル

0．基本の確認

$\boxed{e^{jt} = cos\ \ t + j\,sin\ \ t}$ を利用して問題を解け。

パート1

（1）$e^{j2n\pi} = [\qquad]$ 、（n は整数）　（2）$e^{jn\pi} = [\qquad]$ 、（n は奇数）

（3）$e^{j\frac{n\pi}{2}} = [\qquad]$ 、（n は４の倍数＋１）　（4）$e^{j\frac{n\pi}{2}} = [\qquad]$ 、（n は４の倍数＋３）

パート2

（1）$e^{-jt} = cos\ \ t + [\qquad]$　（2）$cos\ \ t = \dfrac{e^{jt} + e^{-jt}}{2},\quad sin\ \ t = [\qquad]$

パート3

（1）$c_n = \dfrac{A}{T}\displaystyle\int_{-d/2}^{d/2} e^{-jn\omega_0 t}\ dt$　(問題 3.7 より)

（2）$\displaystyle\int_0^T t\ e^{-jn\omega_0 t}\ dt$　(問題 3.1 より)

（3）$\displaystyle\int_0^1 sin\pi t\ e^{-j2\pi nt}\ dt$　(問題 3.3 より)

パート4

（1）$\dfrac{1}{1+j} = [\quad] + [\quad] j$ 、但し、□内は実数。　（2）$\dfrac{1}{j} = [\quad] j$ 、但し、□内は実数。

（3）$\dfrac{e^{2jt} + 2e^{jt} + 2e^{-jt} + e^{-2jt}}{4} = [\quad]\cos t + [\quad]\cos 2t$　（4）$\dfrac{1}{1+j} = [\quad]\exp[\quad]$ 極座標へ

今回の学習事項 *at a glance*

	周期的な時間信号	周波数スペクトル
三角関数	$f(t) = \dfrac{a_0}{2} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left\{ a_n cos(n\omega_0 t) + b_n sin(n\omega_0 t) \right\}$	$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t) cos(n\omega_0 t)\ dt \quad (n = 0,1,2,\cdots)$ $b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t) sin(n\omega_0 t)\ dt \quad (n = 1,2,\cdots)$
	オイラーの公式 $\boxed{e^{jt} = cos\ \ t + j\,sin\ \ t}$ が橋渡し	
複 素 数	$f(t) = \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{+jn\omega_0 t}$	$c_n = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\ e^{-jn\omega_0 t}\ dt$