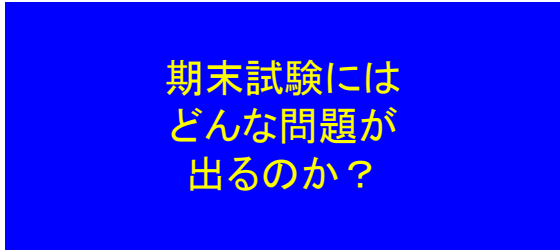


# 信号理論基礎(後半)

担当: 岩橋政宏 (電気1棟510)

配布資料をダウンロードしよう  
<http://tech.nagaokaut.ac.jp/wordpress/>

- 4章 フーリエ積分及び連続スペクトル
- 5章 特殊関数のフーリエ変換
- 6章 線形システムへの応用
- 7章 通信理論への応用



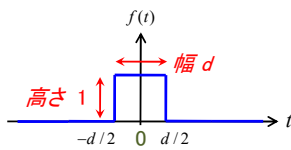
単位、取れ  
そうかな?

問題をノートに写す  
 解答をノートに書く

## 問題 4.10 (p.94)

(1)

$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| < d/2 \\ 0, & |t| > d/2 \end{cases} \quad \text{を描け}$$



$t$  は変数 (a variable)  
 $d$  は定数 (a given constant)

問題をノートに写す  
 解答をノートに書く

## 問題 4.10 (p.94)

(2)

$f(t)$  を

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad \text{に代入せよ}$$

(2)'

結果を  $\text{sinc} \frac{\omega d}{2}$  で表せ

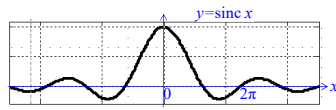
このあと、ヒントを2つをきいて、5分で解くこと

ヒント 1

## sinc 関数とは?

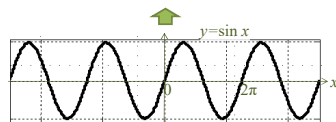
ポイントを  
ノートに書いておこう

$$\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}$$

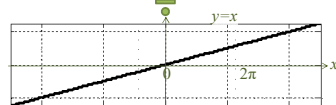


覚えておくこと!

分子は  $\sin x$



分母は  $x$



ヒント 2

## 三角関数と複素数の関係

覚えておくこと!

$$e^{jx} = \cos x + \text{[ ]} \quad \text{Eulerの公式}$$

$$\sin x = \text{[ ]}$$

ノートに書いておこう

教科書 p.14  
式(1.50)~(1.52)

**ヒント 2**

**導出法**

Eulerの公式は？

$$e^{+jx} = \cos x + j \sin x$$

x を -x にすると？

$$e^{-jx} = \cos x - j \sin x$$

差は？

$$e^{jx} - e^{-jx} = 2j \sin x$$

2jで割る

$$\frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} = \sin x$$

**自力で解いて下さい・5分**

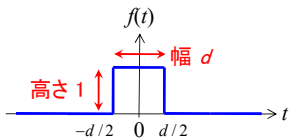
**問題 4.10 (p.94)**

$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| < d/2 \\ 0, & |t| > d/2 \end{cases} \quad \text{のとき}$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad \text{を計算せよ}$$

また、結果を  $\text{sinc} \frac{\omega d}{2}$  で表せ

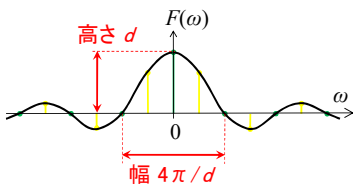
**問題4.10 の解答**



$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq d/2 \\ 0, & |t| > d/2 \end{cases}$$

フーリエ変換

フーリエ変換

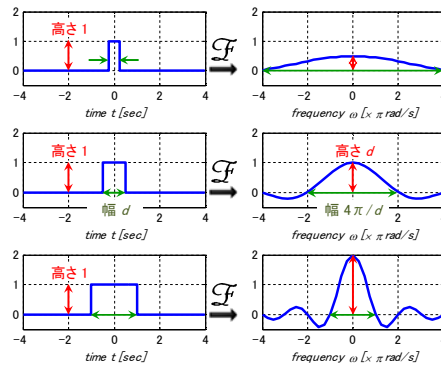


$$F(\omega) = d \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega d}{2}\right)$$

答えは、あつてましたか？  
概略を図示できますか？

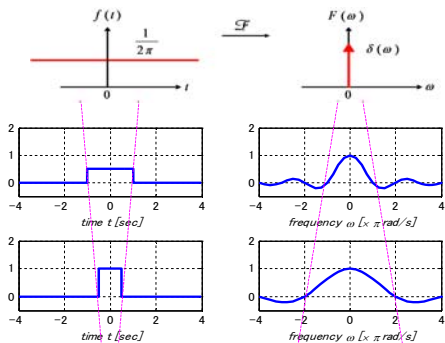


**MATLAB**



```
clear all; close all;
N=2*10; n=1:N; Wd=8;
t=(n-N/2-1)/N*Wd;
w=(n-N/2-1)/Wd*2;
for i=1:3; Ts=2^(i-2);
x1=abs(t)<Ts/2; X1=fftshift(x1)
X1=fft(x1);
X1=real(fftshift(X1))/N*Wd;
subplot(3,2,(i-1)*2+1);
plot(t,x1,'LineWidth',2);
axis([-Wd/2,Wd/2,-.5,2]); grid c
xlabel('time t [sec]');
subplot(3,2,(i-1)*2+2);
plot(w,X1,'LineWidth',2);
axis([-Wd/2,Wd/2,-.5,2]); grid c
xlabel('frequency \omega [rad/s]');
end;
```

**参考**



**宿題 1/2**

問題4.10(教科書p.94)を解け

$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| < d/2 \\ 0, & |t| > d/2 \end{cases}$$

をフーリエ変換せよ

1. 問題を自力で解いてみる
2. 教科書を見ながら添削する
3. 次回の授業開始前に提出する
4. 期末試験の範囲＝「宿題」



### 問題4.10を解くためには

- 教科書 p.86～94 を読む
- 問題 4.1～4.9 を解く

教科書を読んで、自分で考え、  
学習する必要があります。

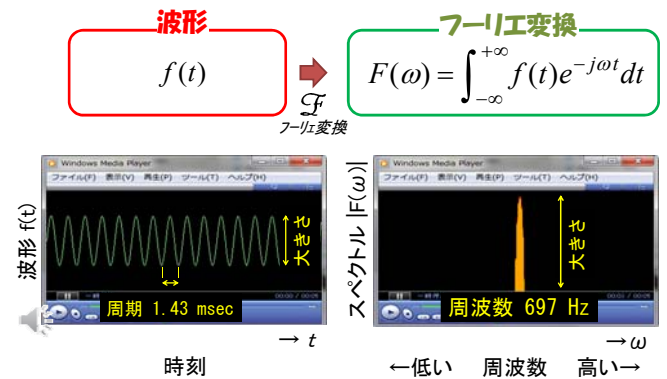
### まとめ

毎回、授業に参加し  
毎回、自宅で学習し  
毎回、宿題を提出することで  
単位を習得できます

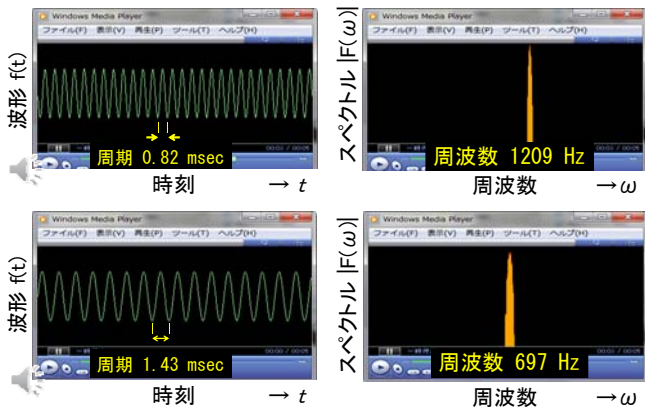
### 何のための フーリエ変換か？

身近な応用は  
何だろうか？

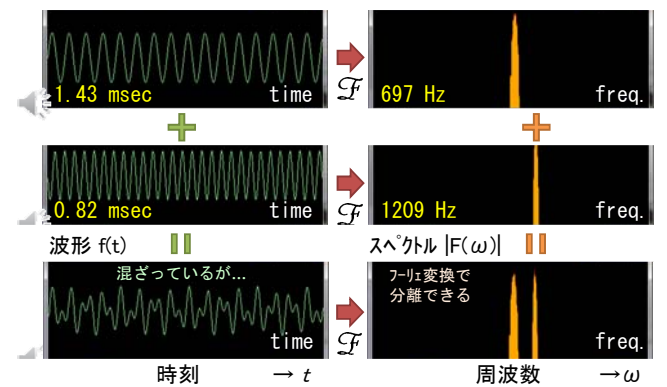
### 周波数と大きさを調べる



### 違いを調べたい → 分析したい



### 混ぜられていても 分析 できる



# 音の組み合わせ (プッシュホン)



<http://ja.wikipedia.org/wiki/>

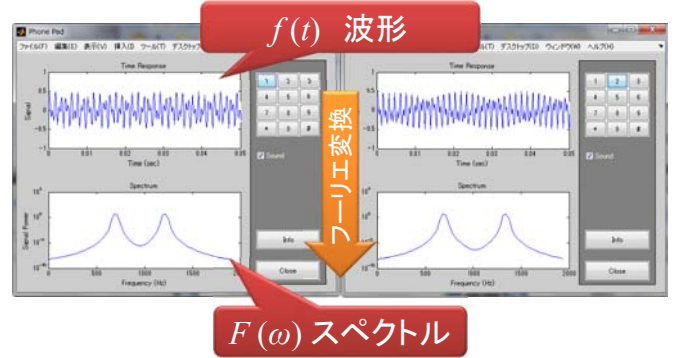
DTMF  
(Dual-Tone Multi-Frequency)

		高群 (Hz)			
		1209	1336	1477	1633
低群 (Hz)	697	1	2	3	A
	770	4	5	6	B
	852	7	8	9	C
	941	*	0	#	D

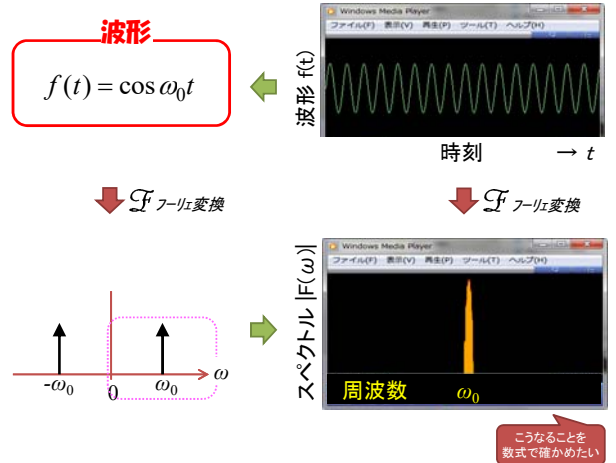
- 🔊 '1番' = 697 Hz + 1209 Hz
- 🔊 '2番' = 697 Hz + 1336 Hz
- 🔊 '5番' = 770 Hz + 1336 Hz

## 【参考】

'phone' command in MATLAB



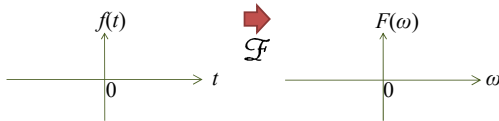
計算して  
確かめよう



問題をノートに写す  
解答をノートに書く

### 問題 5.8 (p.128)

- (1)  $f(t) = \cos \omega_0 t$  をフーリエ変換せよ
- (2)  $f(t)$  と  $F(\omega)$  を、それぞれ図示せよ



このあと、ヒントを3つをきいて、5分で解くこと

ヒント (1)

式(5.51)  
p.14

$$\cos x = \frac{e^{jx}}{\quad}$$

ヒント (2)

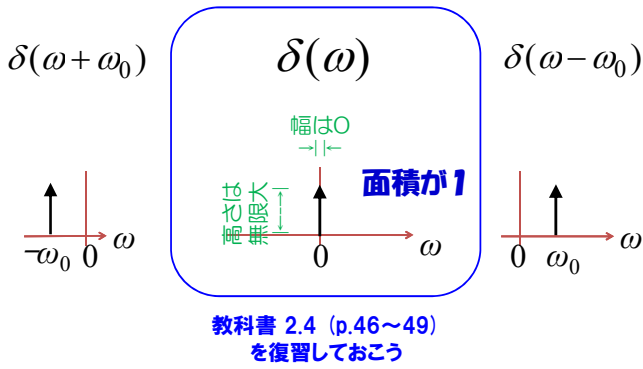
問題5.7  
p.128

$$e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\text{フーリエ変換}} 2\pi \cdot \quad$$

ヒントをノートに写し  
解答を考えよう

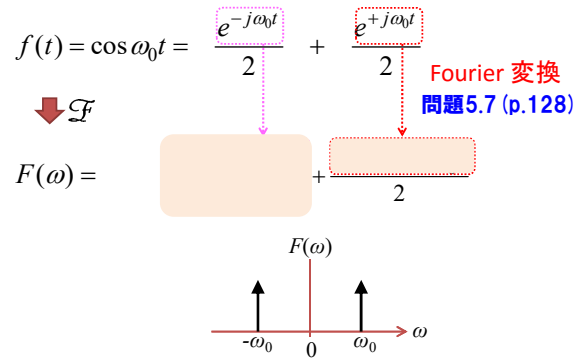
ヒント (3)

### デルタ関数とは？



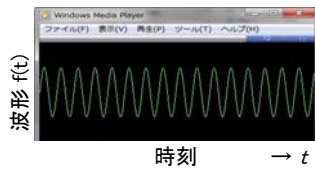
自力で  
解く

### 問題 5.8 を解く



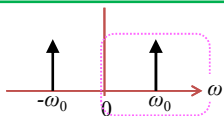
波形

$$f(t) = \cos \omega_0 t$$



↓  $\mathcal{F}$  フーリエ変換

$$F(\omega) = \pi \cdot \delta(\omega + \omega_0) + \pi \cdot \delta(\omega - \omega_0)$$



↓  $\mathcal{F}$  フーリエ変換



こうなることが  
数式で確認できた

### 宿題 2/2

問題 5.7 と 5.8 を解け  
(教科書 p.128)

忘れそうなので  
自宅でもう一度

1. 問題を自力で解いてみる
2. 教科書を見ながら添削する
3. 次回の授業開始前に提出する
4. 期末試験の範囲 = 「宿題」

今日、習ったことを、  
復習してみよう

問題をノートに写す  
解答をノートに書く

### 問題 1

(1) 以下の  $f(t)$  をフーリエ変換せよ

$$f(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases}$$

但し、フーリエ変換は以下で定義される

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

問題をノートに写す  
解答をノートに書く

### 問題1 (続き)

- (2) 得られた  $F(\omega)$  を  $\text{sinc} \frac{\omega T}{2}$  で表せ。
- (3)  $F(\omega)$  の概形を図示せよ。

$$\text{sinc} \frac{\omega T}{2} \text{ は } \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} \text{ のことです}$$

問題をノートに写す  
解答をノートに書く

### 問題2

- (1)  $\text{sinc} x$  の概形を描け。 $-3\pi \leq x \leq 3\pi$  の範囲で
- (2)  $\text{sinc} x = 0$  となるときの  $x$  の値を図に記入せよ。

問題をノートに写す  
解答をノートに書く

### 問題3

- (1) オイラーの公式を使い

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

三角関数を、複素指数関数で表せ

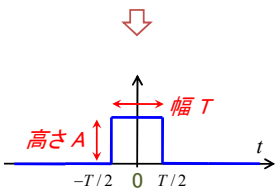
$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \quad \cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

復習問題  
の  
解説

### 問題1

$$f(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases}$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

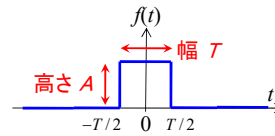


結果を sinc 関数で表せ

$$\text{sinc} x = \frac{\sin x}{x}$$

解答をノートに写す

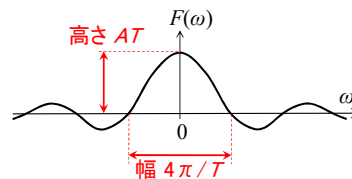
### 問題1 (解答)



$$f(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases}$$

Fourier transform

Fourier transform



$$F(\omega) = AT \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right)$$

答えは、あってましたか？  
概略を図示できますか？

### 問題1 (解説 1/2)

$$\begin{aligned}
 F(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_{-T/2}^{+T/2} A \cdot e^{-j\omega t} dt \\
 &= A \cdot \left[ \frac{e^{-j\omega t}}{-j\omega} \right]_{-T/2}^{+T/2} \\
 &= A \cdot \frac{e^{-j\omega T/2} - e^{j\omega T/2}}{-j\omega}
 \end{aligned}$$

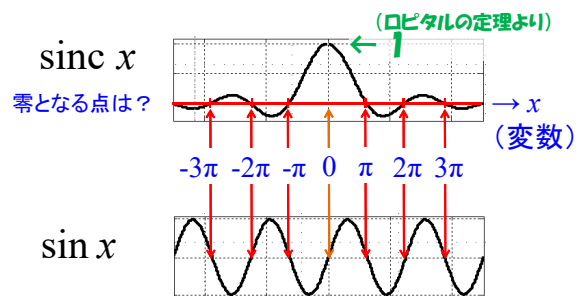
### 問題1 (解説 2/2)

$$\begin{aligned}
 F(\omega) &= \frac{2A}{\omega} \cdot \frac{e^{-j\omega T/2} - e^{j\omega T/2}}{-2j} \\
 &= \frac{2A}{\omega} \cdot \sin \frac{\omega T}{2} \\
 &= AT \cdot \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \\
 &= AT \cdot \text{sinc} \frac{\omega T}{2}
 \end{aligned}$$

### 問題2

- (1) sinc  $x$  の概形を描け。 $-3\pi \leq x \leq 3\pi$  の範囲で
- (2) sinc  $x = 0$  となるときの  $x$  の値を図に記入せよ。

### 問題2 (解答)



### 参考

### ロピタルの定理

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(t)}{g(t)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dt} f(t)}{\frac{d}{dt} g(t)}$$

$$\text{sinc}(0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(\sin t)'}{(t)'} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos t}{1} = \cos 1 = 1$$

ロピタルの定理より  
 $x=0$  のとき sinc関数は 1 となる

### 問題3 (解説)

Eulerの公式は?

$$e^{+jx} = \cos x + j \sin x$$

$x$  を  $-x$  にすると?

$$e^{-jx} = \cos x - j \sin x$$

和は?

$$e^{jx} + e^{-jx} = 2 \cos x$$

差は?

$$e^{jx} - e^{-jx} = 2j \sin x$$