

可逆ウェーブレット変換の客観的評価尺度としての可逆符号化利得の提案

岩橋 政宏^{†a)} 福間 慎治^{††} 神林 紀嘉[†]

A Proposal of the Lossless Coding Gain as an Objective Measure for Lossless Wavelet Transforms

Masahiro IWAHASHI^{†a)}, Shinji FUKUMA^{††}, and Noriyoshi KAMBAYASHI[†]

あらまし 本論文では、可逆・非可逆統合符号化システムの可逆符号化時における性能を客観的に評価するための指標として「可逆符号化利得」を新たに定義する。また、JPEG-2000 候補であるウェーブレットのいくつかを比較に用いることで、この指標と1次エントロピーとの関係を回帰分析し、可逆符号化時の圧縮効率を評価するための指標としての妥当性を議論する。更に、非可逆符号化時の性能評価の指針である従来の符号化利得と、本論文で提案した可逆符号化利得との関係を示す。その結果、各帯域における合成フィルタの量子化誤差の分散に対する利得を、可逆符号化時には考慮する必要がないことが明らかになる。今後、この指標は任意の入力画像に対して最適となるウェーブレットのフィルタ係数を決定する際に活用できる。

キーワード 符号化利得, 可逆符号化, JPEG-2000, ウェーブレット

1. まえがき

デジタルカメラやスキャナにより得られる多値静止画像のデータ量を圧縮するため、近年では JPEG (Joint Photographic Experts Group) 国際標準方式 [2] が利用されている。一般に広く使われている JPEG のベースラインシステムは、離散コサイン変換 [1] に基づく非可逆符号化であるため、符号化の代償として復号画像の画質劣化は避けられない。

これに対し復号画像が原画像と完全に一致する可逆符号化としては、JPEG のオプションである DPCM (Differential Pulse Code Modulation) と算術符号化に基づく方法 [2] や、最新の国際標準である JPEG-LS 方式 [3] が提案及び検討されている。しかし、これらの可逆方式と非可逆方式はそれぞれ別の要素技術から構成されるため、ソフトウェアあるいはハードウェアを別々に用意しなければならないという問題点がある。

こうした背景から、リフティング構成 [5] されたウェーブレット [4] ~ [8] による可逆・非可逆統合符号化システムが、近年、JPEG-2000 [4] など注目されている。この方式は、量子化ステップサイズを 1 に設定するだけで可逆符号化として動作する。また、非可逆符号化時には各帯域のステップサイズを視覚特性に応じて設定できる。更に、スケーラビリティ機能 [9] ~ [11] を容易に実現できる、等の多くの機能をもっている。

ところで、昨今の画像コンテンツの多様化に伴い、任意の入力画像への適応性も重要な課題となっている。例えば、JPEG-LS [3] では画素ごとのコンテキスト分類と適応予測により、任意の画像特性に柔軟に適應できる利点がある。ところが、シングルチャネルであるため、帯域分割を伴わない外挿予測により画素値の無相関化が行われる。このため、スケーラビリティや視覚特性を考慮した量子化の実現は困難である。

これに対しウェーブレットでは、マルチチャネルであるため、帯域分割が行われ、最低帯域以外のすべての帯域で高効率な内挿予測を活用できる [11]。このウェーブレットを、任意の入力画像に対して最適となるように設計する試みは、これまで多くの研究者によ

[†] 長岡技術科学大学工学部, 長岡市
Nagaoka University of Technology, Nagaoka-shi, 940-2188
Japan

^{††} 島根大学総合理工学部, 松江市
Shimane University, Matsue-shi, 690-8504 Japan

a) E-mail: iwahashi@nagaokaut.ac.jp

り行われてきた [12] ~ [18] . しかし, これまで使われてきた最適化の指標である符号化利得は, 非可逆符号化時に発生する量子化誤差をもとに定義される [1] . このため, 量子化誤差の発生しない可逆符号化時のウェーブレットの特性を直接反映するものではない .

本論文では, このようなウェーブレットに基づく可逆・非可逆統合符号化システムの, 可逆符号化時における符号化特性を客観的に評価するための指標として, 「可逆符号化利得」を新たに定義する . また, この指標と従来の符号化利得との関係を明らかにする . 更に, JPEG-2000 候補であるいくつかのウェーブレット [6] を比較することで, 提案する指標の有効性を確認する . 提案する指標により, 実際のエントロピー符号化を行うことなく, ウェーブレットのフィルタ係数を任意の入力画像に対して最適となるように決定することができる .

2. において, 本論文で扱う可逆・非可逆統合符号化システムの信号処理をまとめる . 3. では, 提案する可逆符号化利得の定義と, 従来の符号化利得との関係を与える . 4. では, 提案する指標とエントロピーとの関係をいくつかのウェーブレットを用いて回帰分析することで, 指標としての妥当性を議論する .

2. 可逆・非可逆統合符号化システム

可逆符号化と非可逆符号化を同時に行える統合符号化はこれまでいくつか提案されているが, 本論文では JPEG-2000 [4] において検討されているリフティング構成 [5] されたウェーブレット [6] ~ [8] を例として扱う . まず, 具体的な信号処理を説明した後, 本論文の議論をその他のウェーブレットに容易に拡張できるように, フィルタバンクの一般表現を与える . 続く 3. では, この一般表現をもとに提案する指標について議論する .

2.1 符号化処理

本論文で扱う信号処理について図 1 を用いて説明する . まず, 縦方向 (または横方向) にスキャンされた K 個の画素値 $x(k), k = 0, 1, \dots, K - 1$ からなる入力信号ベクトルを, z 変換を用いて以下のように記述する .

$$X(z) = \sum_{k=0}^{K-1} x(k)z^{-k} \quad (1)$$

ただし, 画素値 $x(k)$ は整数値である . 図 1 において,

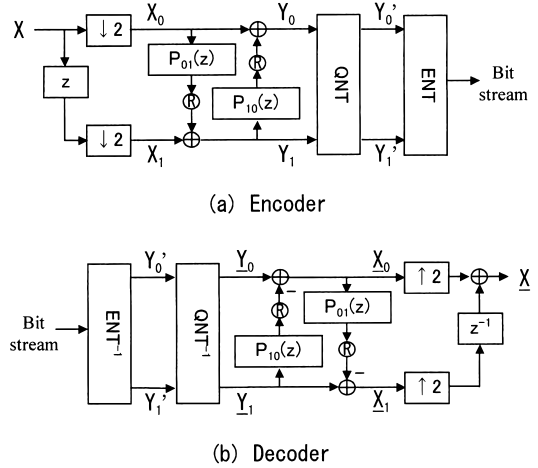


図 1 可逆・非可逆統合符号化システム
Fig. 1 Lossless-lossy unified coding system.
(QNT=quantization, ENT=entropy coding)

入力信号 $X(z)$ は,

$$\begin{pmatrix} X_0(z) \\ X_1(z) \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ z^{1/2} & -z^{1/2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(z^{1/2}) \\ X(-z^{1/2}) \end{pmatrix} \quad (2)$$

により偶数番目と奇数番目の数列 $X_0(z)$ と $X_1(z)$ に分類された後, 二つの FIR フィルタ $P_{01}(z)$ 及び $P_{10}(z)$ により,

$$\begin{pmatrix} Y_0(z) \\ Y_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0(z) \\ X_1(z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R[P_{10}(z) \cdot Y_1(z)] \\ R[P_{01}(z) \cdot X_0(z)] \end{pmatrix} \quad (3)$$

ただし,

$$R[X(z)] = \sum_{k=0}^{K-1} [x(k) + 0.5]z^{-k} \quad (4)$$

なる処理が施される . その結果, 入力信号 $X(z)$ は 2 種類の帯域信号 $Y_0(z)$ 及び $Y_1(z)$ に変換される . なお, $P_{01}(z)$ と $P_{10}(z)$ については後に 2.3 で具体的に説明する .

可逆符号化を行う場合には, 帯域信号 $Y_0(z)$ と $Y_1(z)$ はハフマン符号化や算術符号化などによりそのまま工

ントロピー符号化される．一方，非可逆符号化を行う場合には，これらの帯域信号に次式の量子化，

$$\begin{pmatrix} Y'_0(z) \\ Y'_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R[Y_0(z)/(\alpha_0 S_Y)] \\ R[Y_1(z)/(\alpha_1 S_Y)] \end{pmatrix} \quad (5)$$

が施され，その後にエントロピー符号化される．上式において， $(\alpha_0 S_Y)$ と $(\alpha_1 S_Y)$ は量子化ステップサイズと呼ばれる定数である． α_0 と α_1 の比は 3.2 において述べる最適ビット配分により決定される．

2.2 復号処理

復号時には，まずエントロピー復号した後，符号化時に量子化した場合には，

$$\begin{pmatrix} \underline{Y}_0(z) \\ \underline{Y}_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y'_0(z) \cdot (\alpha_0 S_Y) \\ Y'_1(z) \cdot (\alpha_1 S_Y) \end{pmatrix} \quad (6)$$

なる逆量子化を施してから，式 (3) の逆処理である，

$$\begin{pmatrix} \underline{X}_0(z) \\ \underline{X}_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_0(z) \\ \underline{Y}_1(z) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R[P_{10}(z) \cdot \underline{Y}_1(z)] \\ R[P_{01}(z) \cdot \underline{X}_0(z)] \end{pmatrix} \quad (7)$$

により偶数番目と奇数番目の数列をそれぞれ再生する．これらを，

$$\underline{X}(z) = \underline{X}_0(z^2) + z^{-1} \underline{X}_1(z^2) \quad (8)$$

によりマージすることで復号信号 $\underline{X}(z)$ が再生される．

2.3 本論文で扱うフィルタ処理

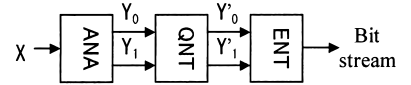
多値静止画像に関する国際標準である JPEG-2000 [4] ではいくつかのウェーブレットが検討されているが [6] ~ [8]，本論文では文献 [6] に紹介されたいくつかのフィルタを例として扱う． $P_{01}(z)$ 及び $P_{10}(z)$ の伝達関数を，

$$\begin{pmatrix} P_{01}(z^2) \\ P_{10}(z^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots \\ b_0 & b_1 & b_2 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (z + z^{-1}) \\ (z^3 + z^{-3}) \\ (z^5 + z^{-5}) \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (9)$$

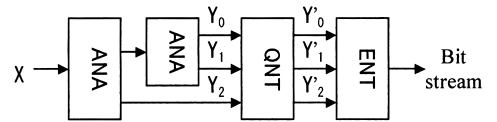
と表した場合，これらのフィルタ係数値 a_i 及び $b_i, i = 0, 1, 2, \dots$ は表 1 にまとめられる．

表 1 フィルタ係数値 [6]
Table 1 Filter coefficients [6].

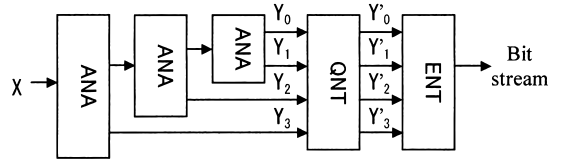
	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1
METHOD1	-1/2			1/4	
METHOD2	-9/16	1/16		1/4	
METHOD3	-150/256	25/256	-3/256	1/4	
METHOD4	-1/2			19/64	-3/64
METHOD5	-9/16	1/16		9/32	-1/32



(a) 1 stage



(b) 2 stages



(c) 3 stages

図 2 オクターブ分割を用いた符号化器

Fig. 2 Encoder based on octave-decomposition.
(ANA=two band analysis filters)

リフティング構成されたウェーブレットでは，式 (3) と式 (7) それぞれの右辺第 2 項が打ち消し合うために，入力された原信号を復号時に完全に再構成することができる．更に，フィルタ処理後に整数化処理 $R[\]$ が行われるため，帯域信号を入力信号と同程度のビット数で整数表現できる．これに対し，従来のウェーブレットで可逆符号化を実現するには，フィルタ係数が実数値であるため帯域信号を実数値として保持する必要があり^(注1)，結果としてデータ圧縮の妨げとなってしまう．

以上のような 2 帯域分割処理において，低域側の帯域信号にスペクトルの偏りが認められる場合，図 2 のように低域のみを更に帯域分割することで符号化効率を改善できることが知られている．本論文では，この

(注 1): 実際には再生信号が入力信号と同ビット数の整数値に丸められるため，入力信号よりも 2 ビット程度長い整数値として保持する．

ようなオクターブ分割法を例として考察の対象とする。

2.4 一般表現

本論文の符号化利得に関する議論をその他のフィルタ処理に容易に拡張できるように、これ以降では図3の一般表現に基づいて議論を進める。図1の2分割フィルタバンクを用いて図2のオクターブ分割を行う処理は、図3の一般表現による処理と等価となる。ここで、整数 B は全体の帯域分割数であり、信号 $E_b(z)$, $b = 0, 1, 2, \dots, B-1$ は量子化誤差である。ただしこの場合、図1における整数化処理 $R[\]$ の影響が無視できると仮定している。この仮定は、量子化誤差が $R[\]$ による誤差に比べて十分大きな中～低ビットレート符号化時において妥当である。また、可逆符号化時においては、再生時において式(3)と式(7)それぞれの第2項が相殺するため、 $R[\]$ の影響は無視できる。

なお、図1と図3のどちらを用いても帯域信号の分散値は同じである。また、帯域信号のビットレートは、後に式(16)に示されるように、信号の分散値により決定される。すなわち、図1と図3のどちらを用いてもビットレートは同じである。したがって、以降では図3の一般表現により議論を続ける。このとき、

$$\begin{pmatrix} S_0(z) \\ S_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & P_{10}(z^2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ P_{01}(z^2) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} T_0(z) \\ T_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P_{10}(z^2) & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -P_{01}(z^2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{pmatrix} \quad (11)$$

を使うと、図1及び図2と図3それぞれにおけるフィルタの関係は以下のようにまとめられる。

[例1] $B = 2, 1$ ステージ

$$\begin{pmatrix} H_0(z) & G_0(z) & w_0 \\ H_1(z) & G_1(z) & w_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_0(z) & T_0(z) & 2 \\ S_1(z) & T_1(z) & 2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

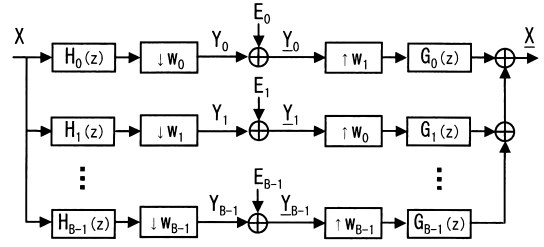


図3 フィルタバンクの一般表現
Fig. 3 General expression of a filter bank.
(E_0, E_1, \dots, E_{B-1} = quantization errors)

[例2] $B = 3, 2$ ステージ

$$\begin{pmatrix} H_0(z) & G_0(z) & w_0 \\ H_1(z) & G_1(z) & w_1 \\ H_2(z) & G_2(z) & w_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_0(z) \\ S_1(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0(z^2) \\ S_1(z^2) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} T_0(z) & 4 \\ T_1(z) & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0(z^2) \\ T_1(z^2) \end{pmatrix} \quad (13)$$

[例3] $B = 4, 3$ ステージ

$$\begin{pmatrix} H_0(z) & G_0(z) & w_0 \\ H_1(z) & G_1(z) & w_1 \\ H_2(z) & G_2(z) & w_2 \\ H_3(z) & G_3(z) & w_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_0(z) \\ S_1(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0(z^2) \\ S_1(z^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0(z^4) \\ S_1(z^4) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} T_0(z) & 8 \\ T_1(z) & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0(z^2) \\ T_1(z^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0(z^4) \\ T_1(z^4) \end{pmatrix} \quad (14)$$

ステージ数を更に増加させた場合も同様に議論できるので、そのときの具体的な関係式は本論文では割愛する。

3. 可逆符号化利得

図3の一般表現に対して、可逆符号化利得を新たに定義する。次に、量子化誤差を含む場合について考察し、従来の符号化利得と提案する可逆符号化利得との関係を明らかにする。

3.1 可逆符号化利得の定義

帯域分割の結果得られる B 種類の帯域信号 $Y_b(z)$, $b = 0, 1, \dots, B-1$ をそれぞれ量子化せずにエントロピー符号化した場合、全体のビットレート B_{LSL} [bpp] は各帯域信号のビットレート B_{Yb} の平均値として次式で計算される。

$$B_{LSL} = \sum_{b=0}^{B-1} w_b^{-1} B_{Yb}, \quad \sum_{b=0}^{B-1} w_b^{-1} = 1 \quad (15)$$

ところで、ある信号のビットレートはその信号の分散値の対数と比例関係、

$$B_{Yb} = \log_2 \gamma_{Yb} \sqrt{\sigma_{Yb}^2}, \quad b = 0, 1, \dots, B-1 \quad (16)$$

にあることが知られている [1]。ここで γ_{Yb} は、信号値の確率密度関数に依存する比例定数である（付録参照）。このことは入力信号 $X(z)$ についても同様であり、

$$B_{PCM} = \log_2 \gamma_X \sqrt{\sigma_X^2} \quad (17)$$

である。したがって、式 (15) は式 (16) を代入することで、

$$B_{LSL} = \log_2 \prod_{b=0}^{B-1} \left(\gamma_{Yb} \sqrt{\sigma_{Yb}^2} \right)^{w_b^{-1}} \quad (18)$$

となる。そこで本論文では、式 (17) と (18) により「可逆符号化利得」を次式により定義する。

$$G_{LSL} = 20 \log_{10} \frac{2^{B_{PCM}}}{2^{B_{LSL}}} = G_{LSL}^* + c_1 \quad (19)$$

ただし、

$$G_{LSL}^* = 10 \log_{10} \frac{\sigma_X^2}{\prod_{b=0}^{B-1} (\sigma_{Yb}^2)^{w_b^{-1}}} \quad (20)$$

$$c_1 = 20 \log_{10} \frac{\gamma_X}{\prod_{b=0}^{B-1} (\gamma_{Yb})^{w_b^{-1}}} \quad (21)$$

なお、式 (20), (21) は式 (15)~(18) を式 (19) の 1 行目に代入することで得られる。本論文では 4. において、式 (20) により定義された G_{LSL}^* を可逆符号化時のシステムを評価する指標として利用する。

3.2 非可逆符号化時の最適ビット配分 [1]

非可逆符号化時には式 (5) のような量子化を行うため、圧縮率の向上と引換えに復号信号 $\underline{x}(z)$ は量子化誤差を含んでしまう。この量子化誤差の分散は、入力信号を零平均とすると、

$$\sigma_{LSY}^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \{ \underline{x}(k) - x(k) \}^2 \quad (22)$$

で定義される。また、このときの全ビットレート B_{LSY} [bpp] は、

$$B_{LSY} = \sum_{b=0}^{B-1} w_b^{-1} B'_{Yb} \quad (23)$$

により量子化後の帯域信号 $Y'_b(z)$ のビットレート B'_{Yb} [bpp] と関係づけられている。すなわち、非可逆符号化時のシステム性能の評価は、全ビットレート B_{LSY} （あるいは量子化誤差の分散 σ_{LSY}^2 ）を固定して、 σ_{LSY}^2 （あるいは B_{LSY} ）を測定することで実施される。

式 (22) 及び式 (23) は、以下の関係式 (24)~(26) により一つにまとめられる。

$$B'_{Yb} = B_{Yb} - \log_2(\alpha_b S_Y) \quad (24)$$

$$\sigma_{LSY}^2 = \sum_{b=0}^{B-1} w_b^{-1} \|G_b\|^2 \cdot \frac{(\alpha_b S_Y)^2}{12} \quad (25)$$

ただし、

$$\|G_b\|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |G_b(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (26)$$

すなわち、式 (15), (18), (23), (24) を式 (25) に代入することで次式を得る。

$$\sigma_{LSY}^2 = \frac{2^{-2B_{LSY}}}{12} \cdot \theta \cdot \prod_{b=0}^{B-1} (\gamma_{Yb} \sqrt{\sigma_{Yb}^2})^{2w_b^{-1}} \quad (27)$$

ただし、

$$\theta = \frac{\sum_{b=0}^{B-1} (\alpha_b^2) w_b^{-1} \cdot \|G_b\|^2}{\prod_{c=0}^{B-1} (\alpha_c^2) w_c^{-1}} \quad (28)$$

そこでこの式 (27) を最小とするパラメータ α_b を求めると、

$$\alpha_b = \sqrt{\frac{\|G_0\|^2}{\|G_b\|^2}}, \quad b = 0, 1, \dots, B-1 \quad (29)$$

が得られる。この式 (29) に従って各帯域の量子化ステップサイズの比を決めることで、最適ビット配分が実施される。

3.3 可逆符号化利得と従来の符号化利得との関係
従来の符号化利得は量子化誤差の分散値 σ_{LSY}^2 を用いて次式により定義される [1]。

$$G_{LSY} = 10 \log_{10} \frac{\sigma_{PCM}^2}{\sigma_{LSY}^2} \quad (30)$$

ここで、 σ_{PCM}^2 は入力信号 $X(z)$ を帯域分割せずに量子化したときの量子化誤差である。式 (30) からわかるように、符号化利得は帯域分割を行うか否かでの量子化誤差の比を表している。

次に、式 (19) で定義した可逆符号化利得と式 (30) で定義される符号化利得との関係を明らかにする。式 (30) における量子化誤差 σ_{PCM}^2 が、入力信号 $X(z)$ をステップサイズ S_X で量子化することで得られたとすると、

$$\sigma_{PCM}^2 = \frac{S_X^2}{12} \quad (31)$$

$$B_{LSY} = B_{PCM} - \log_2 S_X \quad (32)$$

なる関係がある。したがってこれらより、

$$\sigma_{PCM}^2 = \frac{1}{12} \left\{ \frac{2^{B_{PCM}}}{2^{B_{LSY}}} \right\}^2 \quad (33)$$

となる。ここで、式 (27)、(33) を式 (30) に代入して式 (20) を使うと、

$$G_{LSY} = G_{LSY}^* + c_1 \quad (34)$$

ただし、

$$G_{LSY}^* = G_{LSL}^* - 10 \log_{10} \theta \quad (35)$$

を得る。なお、 c_1 及び θ はそれぞれ式 (21) 及び式 (28) で定義される。本論文では、式 (35) における G_{LSY}^* 及び G_{LSL}^* をそれぞれ「可逆符号化利得」及び「可逆符号化利得」と呼び、両者によって可逆・非可逆統合符号化システムの性能を評価することを提案する。

3.4 本論文で得られた関係式

本論文で定義された可逆符号化利得を、式 (20) 右辺の分散値を周波数領域で計算することで、次式のよう表現することもできる。

$$G_{LSL}^* = 10 \log_{10} \prod_{b=0}^{B-1} (\|F_b\|^2)^{w_b^{-1}} \quad (36)$$

ただし、

$$\|F_b\|^2 = \frac{\sigma_X^2}{\sigma_{Yb}^2} = \frac{\int_0^{2\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega}{\int_0^{2\pi} |H_b(e^{j\omega}) X(e^{j\omega})|^2 d\omega} \quad (37)$$

また、非可逆符号化利得について得られた結論は以下のようにまとめられる。

$$G_{LSY}^* = G_{LSL}^* - 10 \log_{10} \theta \quad (38)$$

$$\theta_{org} = \sum_{b=0}^{B-1} \|G_b\|^2 w_b^{-1} \quad (39)$$

$$\theta_{opt} = \prod_{b=0}^{B-1} (\|G_b\|^2)^{w_b^{-1}} \quad (40)$$

式 (38) は式 (35) の再掲である。式 (39) は式 (28) の α_b をすべて 1 とした、すなわち全帯域に同一の量子化ステップサイズを用いた場合を示す。一方、式 (40) は式 (28) の α_b に式 (29) を代入した、すなわち最適ビット配分を行った場合を示す。

結論として、可逆符号化時には式 (38) の θ すなわち「各帯域の量子化誤差に対する合成フィルタの分散利得の項」を考慮する必要がないことが示されている。これに対し式 (38) の非可逆符号化利得には θ が含まれているため、可逆符号化時のビットレートを評価する場合には適当ではないといえる。

4. シミュレーション

2.3 にまとめたウェーブレットを例として、3.1 で定義した可逆符号化利得の有効性を実験により確認する(注2)。

(注2): なお、従来の符号化利得の妥当性については本論文の提案範囲外であるためここでは議論しない。

表 2 各手法の可逆符号化利得 G_{LSL}^*
Table 2 Lossless coding gain G_{LSL}^* .

	1STAGE	2STAGE	3STAGE	4STAGE
METHOD1	6.45	8.89	9.73	9.97
METHOD2	6.41	8.89	9.79	10.06
METHOD3	6.35	8.84	9.76	10.04
METHOD4	6.44	8.85	9.65	9.87
METHOD5	6.41	8.89	9.78	10.05

表 3 可逆符号化利得から計算されたエントロピー改善度
Table 3 Improvement of the bit rate calculated with the lossless coding gain.

	1STAGE	2STAGE	3STAGE	4STAGE
METHOD1	0.00	-0.41	-0.54	-0.58
METHOD2	0.01	-0.41	-0.55	-0.60
METHOD3	0.02	-0.40	-0.55	-0.60
METHOD4	0.00	-0.40	-0.53	-0.57
METHOD5	0.01	-0.41	-0.55	-0.60

4.1 AR(1) モデルの可逆符号化利得

本論文では、入力信号として 1 次元の AR(1) モデルを用いる。このモデルは、白色雑音を $W(z)$ とすると、

$$X(z) = \frac{W(z)}{1 - \rho \cdot z^{-1}} \quad (41)$$

により生成される [1]。ここで、 ρ は相関係数と呼ばれる定数であり本実験では 0.95 とした。この AR(1) モデルの周波数振幅特性は、

$$|X(e^{j\omega})| = \frac{1 - \rho}{\sqrt{1 + \rho^2 - 2\rho \cdot \cos\omega}} \quad (42)$$

であり、これを式 (37) に代入することで得られた式 (36) の可逆符号化利得の値を表 2 にまとめる。ここで、式 (19) の 1 行目より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{LSL}}{\partial B_{LSL}} &= -20 \log_{10} 2 \\ &= -6.0206 \quad [\text{dB/bit}] \end{aligned} \quad (43)$$

となることから、ビットレートの改善度は、

$$\Delta B_{LSL} = -\frac{1}{20 \log_{10} 2} \Delta G_{LSL} \quad (44)$$

により符号化利得の改善度から評価できることがわかる。表 3 は式 (44) を表 2 に適用することで得られたビットレートの改善度を示す。ただし、方法 1 における 1 ステージを基準とする差分値を示した。オクターブ分割のステージ数を増加させるほどビットレートが改善され、4 ステージでは 1 ステージに比べ 0.6 [bpp] 程度の改善が見込まれることがわかる。

表 4 各手法のエントロピー
Table 4 First order entropy rate.

	1STAGE	2STAGE	3STAGE	4STAGE
METHOD1	6.29	5.90	5.77	5.72
METHOD2	6.30	5.91	5.77	5.70
METHOD3	6.31	5.92	5.77	5.71
METHOD4	6.29	5.91	5.78	5.73
METHOD5	6.30	5.91	5.76	5.70

表 5 実際のエントロピー改善度
Table 5 Practical entropy rate.

	1STAGE	2STAGE	3STAGE	4STAGE
METHOD1	0.00	-0.39	-0.52	-0.57
METHOD2	0.01	-0.38	-0.52	-0.59
METHOD3	0.01	-0.37	-0.52	-0.58
METHOD4	0.00	-0.38	-0.51	-0.56
METHOD5	0.00	-0.39	-0.53	-0.59

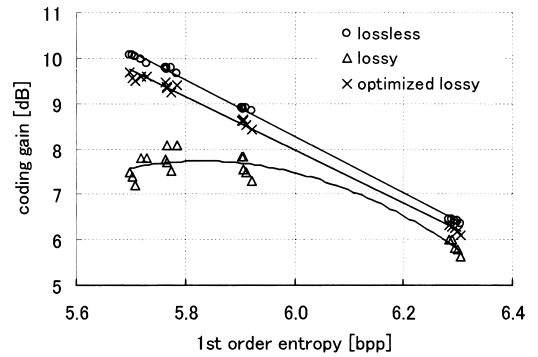


図 4 1 次エントロピーと符号化利得の関係

Fig. 4 Relationship between the first order entropy rate and the coding gains. (○=lossless coding gain. △=lossy coding gain. ×=lossy coding gain under optimum bit allocation.)

4.2 可逆符号化利得と 1 次エントロピーとの関係

次に、4.1 の表 3 で推定したビットレートの改善度が妥当であるか否かを検証する。表 2 に対応する各手法の可逆符号化時における 1 次エントロピーを表 4 にまとめた。ただし、同表の 1 次エントロピーは信号値の出現確率により、

$$B_{ENT} = -\sum_s P_s \log_2 P_s \quad [\text{bpp}] \quad (45)$$

と定義される [1]。ここで P_s は信号値 s の出現確率である。入力信号を式 (41) により発生させ、2. の信号処理を施して得られた帯域信号の 1 次エントロピーを式 (15) に代入することで同表の値を計算した。表 4 から計算されたビットレートの改善度を表 5 にまとめる。同表と表 3 を比較すると、両者の誤差は 0.03 ビツ

表6 非可逆符号化利得 G_{LSY}^* (最適ビット配分なし)
Table 6 Lossy coding gain without optimum bit allocation.

	1STAGE	2STAGE	3STAGE	4STAGE
METHOD1	6.00	7.83	8.08	7.80
METHOD2	5.77	7.48	7.70	7.39
METHOD3	5.63	7.30	7.51	7.19
METHOD4	6.02	7.84	8.08	7.79
METHOD5	5.81	7.54	7.77	7.47

表7 非可逆符号化利得 G_{LSY}^* (最適ビット配分あり)
Table 7 Lossy coding gain with optimum bit allocation.

	1STAGE	2STAGE	3STAGE	4STAGE
METHOD1	6.29	8.60	9.37	9.58
METHOD2	6.19	8.51	9.32	9.56
METHOD3	6.11	8.42	9.25	9.49
METHOD4	6.32	8.63	9.40	9.60
METHOD5	6.25	8.61	9.45	9.69

表8 直線への回帰分析の結果
Table 8 Results of statistical analysis.

	可逆符号化利得	非可逆符号化利得	
		最適ビット配分なし	最適ビット配分あり
相関係数 R	0.9992	0.9075	0.9981
決定係数 R^2	0.9985	0.8236	0.9962
標準誤差	0.0583	0.3614	0.0861
傾き [dB/bit]	-6.2256	-3.2565	-5.8302
切片 [dB]	45.622	26.4838	42.9570

ト以内となっていることがわかる。図4には符号化利得と1次元エントロピーとの関係を示す。同図より、可逆符号化利得 G_{LSL}^* の1次元エントロピーに対する線形性が確認できる。表8は直線への回帰分析の結果を示しており、1次元エントロピーと可逆符号化利得の相関係数は0.9992と、高い相関をもつことがわかる。また、決定係数が0.9985であることから、この場合の回帰直線はモデルとして安定であることが確認できる。更に、回帰直線の傾きが-6.2256となっており、理論値である式(43)に近い値を示している。以上より、本論文で提案した可逆符号化利得により、システムの可逆符号化時におけるビットレートを評価できることが確認された。

4.3 非可逆符号化利得について

表6には式(38)、(39)より計算される最適ビット配分を行わない場合の非可逆符号化利得を示す。これに対し、式(38)、(40)より計算される最適ビット配分

を行った場合の非可逆符号化利得を表7に示す。両者の比較により、非可逆符号化時の最適ビット配分の効果が確認できる。参考までに図4と表8にこれら非可逆符号化利得と可逆符号化時のエントロピーとの関係を併記した。今回の実験では、最適ビット配分を考慮したときの非可逆符号化利得を用いても、相関係数が0.9981であることから、可逆符号化時のエントロピーをほぼ推定できるようである。しかし一般的には、可逆符号化時のエントロピーは3.1において定義した可逆符号化利得を用いて推定するべきであると思われる。

5. むすび

本論文では、可逆・非可逆・統合符号化システムの可逆符号化時における性能を客観的に評価するための指標として「可逆符号化利得」を新たに定義した。また、この指標と1次元エントロピーとの関係を回帰分析することで、指標としての妥当性を確認した。更に、非可逆符号化時の性能評価の指針である従来の符号化利得と、本報告で提案した可逆符号化利得との関係を明らかにした。その結果、式(38)が得られた。この式は、式(39)または式(40)の θ 、すなわち各帯域の量子化誤差に対する合成フィルタの分散利得を、可逆符号化時には考慮する必要がないことを意味する。これに対し従来の符号化利得には θ が含まれているため、可逆符号化時のビットレートを評価する場合には適当ではないといえる。

今回の議論は、リフティング構成された5種類の1次元ウェーブレット[6]をAR(1)モデルに適用した場合に限定されている。今後は、その他のウェーブレット[7],[8]、外挿予測を含むSP変換[19]、非分離型2次元ウェーブレット[20]、ロスレスDCT[21]などを用い、2次元の画像信号に適用することで、より実用的な議論を行う必要がある。なお、本論文の内容の一部は文献[22]にて発表され議論された。

文 献

- [1] N.S. Jayant and P. Noll, Digital coding of waveforms, Prentice Hall, 1984.
- [2] JPEG CD10918-1, Digital compression coding of continuous-tone still images, JPEG-9-R6, Jan. 1991.
- [3] ISO/IEC FCD14495, Lossless and near-lossless coding of continuous-tone still image (JPEG-LS), 1997.
- [4] ISO/IEC JTC1/SC29/WG1 N505, Call for contribution for JPEG 2000, March 1997.
- [5] W. Sweldens, "The lifting scheme: A construction of second generation wavelets," Tech. Rep. 1995:6, Industrial Math. Initiative, Dept. of Math., Univ. of

South Carolina, 1995.

[6] I. Balasingham, M. Adams, T. Ramstad, F. Kossentini, H. Coward, A. Perkiş, and G. Oien, "Performance evaluation of different filter banks in the JPEG 2000 baseline system," IEEE ICIP'98, vol.2, pp.569-568, Oct. 1998.

[7] F. Sheng, A. Bilgin, P.J. Sementilli, and M.W. Marcellin, "Lossy and lossless image compression using reversible integer wavelet transform," IEEE ICIP'98, vol.3, pp.876-880, 1998.

[8] H. Kiya, H. Kobayashi, and O. Watanabe, "Design of integer wavelet filters for image compression," IEEE ISPACS'99, vol.FEB, no.1, pp.717-720, Dec. 1999.

[9] J.M. Shapiro, "Embedded image coding using zero trees of wavelet coefficients," IEEE Trans. Signal Processing, vol.41, no.12, pp.3445-3462, Dec. 1993.

[10] S. Joo, H. Kikuchi, S. Sasaki, and J. Shin, "A new image coding technique with low entropy using a flexible zero tree," IEICE Trans. Commun., vol.E81-B, no.12, pp.2528-2535, Dec. 1998.

[11] M. Iwahashi, N. Buabthong, S. Chokchaitam, and N. Kambayashi, "Lossless multi channel predictive coding for images," IEEE ISCAS 99, vol.4, pp.303-306, May 1999.

[12] S.O. Aase and T.A. Ramstad, "On the optimality of nonunitary filter banks in subband coders," IEEE Trans. Image Processing, vol.4, no.12, Dec. 1995.

[13] T.A. Ramstad, S.O. Aase, and J.H. Husoy, Subband compression of images: principles and examples, Elsevier Science, 1995.

[14] J. Katto and Y. Yasuda, "Performance evaluation of subband coding and optimization of its filter coefficients," Proc. SPIE, vol.1605, pp.95-106, 1991.

[15] A.K. Soman and P.P. Vaidyanathan, "Coding gain in multirate paraunitary filter banks," IEEE ISCAS'92, pp.931-934, 1992.

[16] S. Muramatsu and H. Kiya, "Linear phase paraunitary filter banks based on symmetric convolution," 10th DSP Symposium, no.B8-4, pp.515-520, Nov. 1995.

[17] N. Omiya, T. Nagai, M. Ikehara, and S. Takahashi, "Organization of optimal nonuniform lapped biorthogonal transforms based on coding efficiency," IEEE ICIP'99, no.25-PP5.7, Oct. 1999.

[18] 岩橋政宏, 福間慎治, 細谷 章, 神林紀嘉, "2チャンネル線形予測の最適化とその可逆/非可逆符号化への応用," 信学論(D-II), vol.J81-D-II, no.1, pp.64-71, Jan. 1998.

[19] A. Said and W. Perlman, "Reversible image compression via multi-resolution representation and predictive coding," IEEE Trans. Image Processing, no.5, vol.9, pp.1303-1310, 1996.

[20] M. Iwahashi, S. Fukuma, S. Chokchaitam, and N. Kambayashi, "Lossless/lossy progressive coding based on reversible wavelet and lossless multi-channel prediction," IEEE ICIP'99, no.25-PP1.8, Oct. 1999.

[21] 福間慎治, 大山公一, 岩橋政宏, 神林紀嘉, "ロスレスアダマール変換を応用したロスレス8点高速離散コサイン変換," 信学技報, DSP99-103, Oct. 1999.

[22] M. Iwahashi, P. Mahachoklertwattana, J. Chaicharn, and N. Kambayashi, "Theoretical evaluation of lossless/lossy wavelet transforms under lossless/lossy unified coding gain," IEEE ISPACS'99, no.FEB-02, pp.721-724, Dec. 1999.

[23] R.W. Buccigrossi and E.P. Simoncelli, "Image compression via joint statistical characterization in the wavelet domain," IEEE Trans. Image Processing, vol.8, no.12, Dec. 1999.

付 録

以下, 式(16)の導出過程について補足説明し, 代表的な確率密度関数に対する比例定数の具体的な値をまとめる.

1. 式(16)の導出過程

信号ベクトル $x(k)$, $k = 0, 1, \dots, K-1$, の信号値が s となる確率を P_s と表す. ただし, s の最大値及び最小値をそれぞれ a, b とする. このとき, 分散 σ^2 は,

$$\sigma^2 = \sum_{s=a}^b P_s \cdot s^2 \quad (\text{A.1})$$

と計算される. 一方, ビットレート B を式(45)の1次エントロピーにより評価した場合,

$$B = - \sum_{s=a}^b P_s \log_2 P_s \quad (\text{A.2})$$

となる. このように, σ^2 と B はともに一つの確率密度関数 P_s から一意的に決定される. その結果として, 式(16)の分散とビットレートの関係が得られる.

2. 比例定数の具体的な値 [1]

次に, 代表的な分布関数に対して解析的に式(16)を導出する. 例として, 確率密度関数が連続型のガウス分布またはラプラス分布,

$$p_x = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right] & \text{Gaussian} \\ \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left[-\frac{\sqrt{2}|x|}{\sigma}\right] & \text{Laplacian} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

に従う場合を考える. このとき, 分散並びにエントロピーはそれぞれ, 式(A.1), (A.2)に代わり,

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} P_x \cdot x^2 dx \quad (\text{A.4})$$

$$B = - \int_{-\infty}^{\infty} P_x \log_2 P_x dx \quad (\text{A}\cdot 5)$$

と計算される．以上より，式 (A.4)，(A.5) に式 (A.3) を代入することで，

$$B = \log_2 \gamma \sqrt{\sigma^2} \quad (\text{A}\cdot 6)$$

ただし，

$$\gamma = \begin{cases} \sqrt{2\pi e} \approx 4.13 & \text{Gaussian} \\ \sqrt{2e} \approx 3.84 & \text{Laplacian} \end{cases} \quad (\text{A}\cdot 7)$$

として式 (16) が導出される．詳細は文献 [1] の Appendix C.4, “Continuous-Amplitude Memoryless Source” を参照されたい．

なお，式 (A.6) は $\sigma^2 < \gamma^{-2}$ ならば $B < 0$ となることを示しているが，式 (A.7) より γ^{-2} は 0.06 程度である．今回の実験では $\sigma^2 > 10$ 程度であったので， $B > 0$ を前提と議論しても支障はない．また，文献 [23] によると，確率密度関数の具体的な形は，直交変換ではガウス分布に，ウェーブレット変換では一般ラプラス分布になると述べられている．

(平成 12 年 2 月 14 日受付，5 月 12 日再受付)

神林 紀嘉 (正員)



昭 38 信州大・工・通信卒．昭 42 東工大・工・電子物理助手．昭 53 長岡技科大・工・電気系助教授．現在，同教授．工博．電子回路，デジタル信号処理とその応用に関する研究に従事．著書「フィルタの理論と設計」，「基礎回路工学」(共著)など．

岩橋 政宏 (正員)



昭 63 都立大・工・電気卒．平 2 同大学院修士課程了．同年新日本製鐵(株)エレクトロニクス研究所．平 3 郵政省プロジェクト・ジー・シー・テクノロジー(株)へ派遣．この間，MPEG2 国際標準化アルゴリズムの研究に従事．平 5 長岡技科大・工・電気系助手．現在，同助教授．平 10~11 タイ王国タマサート大学工学部に JICA 派遣専門家として駐在．工博．デジタル画像圧縮の研究に従事．IEEE 会員．

福間 慎治 (正員)



平 6 長岡技科大・工・電気系卒．平 8 同大学院修士課程了．平 11 同大学院博士課程了．平 11 同大助手．現在，島根大総合理工学部電子制御システム工学科助手．工博．適応信号処理，非線形信号処理，画像符号化に関する研究に興味をもつ．計測制御学会会員．