

## JPEG 2000 の非可逆 9-7 DWT と互換な可逆 9-7 DWT

岩橋 政宏<sup>†</sup>

貴家 仁志<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>長岡技術科学大学 工学部 電気系

〒940-2188 新潟県 長岡市 上富岡町 1603-1

<sup>‡</sup>首都大学東京 システムデザイン学部

〒191-0065 東京都 日野市 旭が丘 6-6

あらまし 本報告では、JPEG 2000 国際標準により規定された、非可逆な 9-7 離散ウェーブレット変換 (DWT) と同じ伝達関数を有し、なおかつ、これと相互接続した場合に生じる mismatching が少ない、可逆な 9-7 DWT を提案する。提案法を用いることで、ロスレス符号化が可能となる。更に、JPEG 2000 のロッシー符号化結果を、提案法により復号する場合、あるいは、提案法の符号化結果を、JPEG 2000 により復号する場合に、順変換と逆変換の mismatch に起因する誤差を、従来の可逆 9-7 DWT に比べて低減できる。本報告では、9-7 DWT の分離型 2次元 (2D) の伝達関数を、非分離型の関数に因数分解することで、リフティングのステップ数、すなわち、丸め処理の個数を半分以下に低減する。画像を用いた実験により、従来の分離型の可逆 9-7 DWT に比べ、ロスレス符号化性能を維持しつつも、ロッシー符号化との互換性を向上できることが確認された。

キーワード ウェーブレット、ロスレス、符号化、ロッシー、誤差

## Reversible 9-7 DWT compatible to irreversible 9-7 DWT of JPEG 2000

Masahiro IWAHASHI<sup>†</sup>

and Hitoshi KIYA<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Nagaoka University of Technology Nagaoka-shi, Niigata, 940-2188 Japan

<sup>‡</sup> Tokyo Metropolitan University Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

**Abstract** In this report, we propose a new reversible 9-7 discrete wavelet transform (DWT) compatible to the irreversible 9-7 DWT in lossy coding of the JPEG 2000. The proposed method is applicable to the lossless coding. Also, compatibility to the irreversible DWT is increased. In the proposed DWT, all the filters and scalings are factorized into lifting steps. Especially, we factorize the separable two dimensional (2D) transfer function of the 9-7 DWT into non-separable functions. As a result, the number of the lifting steps is reduced to less than half so as the rounding operations. It is experimentally confirmed that the compatibility to the irreversible 9-7 DWT is improved comparing to an existing separable and reversible 9-7 DWT, maintaining lossless coding performance.

**Keyword** wavelet, lossless, coding, lossy, error

### 1. はじめに

画像や映像のデータ圧縮技術は、JPEG や MPEG などの国際標準の普及に伴い、通信や蓄積装置として幅広く応用されている。とくに、離散ウェーブレット変換 (DWT) に基づく JPEG 2000 国際標準符号化は [1]、デジタルシネマの標準化方式として採用されており [2]、今後、その重要性が益々高まるとみられる。同時に、モバイル画像通信機器、標準 TV、高解像度シネマのように、扱われる画像の解像度や画質についても多様化しつつある。従って、種々の画像品質を対象とする符号化間でのトランス・コーディングが、近年、新たな課題となっている [3,4]。

例えば、JPEG 2000 では、ロスレス符号化には 5-3 DWT が、ロッシー符号化には 9-7 DWT がそれぞれ採用されている [1]。両者は共にリフティング構成されており、任意の整数信号に対する完全再構成が保証されている [5-7]。前者は、丸め処理により信号を整数化することで、原画像を可逆 (reversible) に再生できる。しかし、ロッシー符号化としての符号化効率が低い。後者は、量子化やビット・トランケーションを伴うことで、圧縮率の高いロッシー符号化を実現できる。しかし、回路実現時には、信号値や係数値の有限語長化の影響で、順変換結果を逆変換しても可逆とならず (irreversible)、ロスレス符号化には適さない [8,9]。

このようなロッシー符号化における非可逆 DWT の順 (または逆) 変換と、ロスレス符号化における可逆

DWT の逆（または順）変換を接続した場合、量子化やビット・トランケーションを行わなくても、順変換と逆変換のミスマッチに起因する誤差（ミスマッチ誤差）が生じる。以下、この誤差により、可逆 DWT と非可逆 DWT の互換性を評価する。

本報告では、ロッシー符号化として普及している JPEG 2000 の非可逆 9-7 DWT との互換性を維持しつつも、ロスレス符号化として利用可能な、可逆 9-7 DWT を提案する。文献[10]には、9-7 DWT におけるフィルタとスケーリングを、共にリフティング構成する方法が提案されている。これにより、乗算直後の信号を全て整数化することで、任意の整数入力信号に対するロスレス符号化が可能となる。しかし、信号の丸め処理が多いため、非可逆 9-7 DWT との互換性が低い。

この丸め処理は、1 つのリフティングに少なくとも 1 つ含まれる。このため、複数のリフティングを統合し、その数を減らすことで、丸め誤差を低減できる[11]。しかし、この方法は  $2 \times 2$  点のアダマール変換を対象としており、9-7 DWT には直接適用できない。

本報告では、9-7 DWT の分離型 2D の伝達関数を、多入力の非分離型 2D リフティング処理に因数分解する。これにより、リフティングを統合して、丸め処理の総数を低減する。また、画像を用いた実験により、文献[10]の従来法に比べ、ロスレス符号化特性を維持しつつも、非可逆 9-7 DWT との互換性を向上できることを示す。

## 2. 従来の分離型 2D DWT

以下、9-7 DWT の従来の構成法について、順変換を例に説明する。

### 2.1. JPEG 2000 の非可逆な分離型 2D DWT

Fig.1(a)には、JPEG 2000 の 9-7 DWT [1]の構成法を示す。整数として与えられる 2D の入力信号  $\mathbf{X}$  から、4 つの帯域信号  $\mathbf{Y}$  が得られる。この処理は、フィルタ係数  $\{h_1, h_2, h_3, h_4\}$  とスケーリング係数  $\{k^{-1}, k\}$  により、

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{J}_k \mathbf{L}_{H_4^*, H_3^*} \mathbf{L}_{H_2^*, H_1^*} \mathbf{P}_{23}) (\mathbf{J}_k \mathbf{L}_{H_4, H_3} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23}) \mathbf{X} \quad (1)$$

但し、

$$\mathbf{X} = [X_{11} \ X_{21} \ X_{12} \ X_{22}]^T$$

$$\mathbf{Y} = [LL \ LH \ HL \ HH]^T$$

と記述される。ここで、フィルタは、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_n \\ \mathbf{H}_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_n(z_1) \\ H_n(z_2) \end{bmatrix}, \quad n \in \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\begin{bmatrix} H_1(z) & H_2(z) \\ H_3(z) & H_4(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_3 & h_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+z^{-1} & 0 \\ 0 & 1+z \end{bmatrix},$$

であり、リフティングとダウンサンプリングは、

$$\mathbf{M}_{p,q} = \begin{bmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ q & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_k = \begin{bmatrix} k^{-1} & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{p,q} \\ \mathbf{J}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{diag}[\mathbf{M}_{p,q} & \mathbf{M}_{p,q}] \\ \text{diag}[\mathbf{K}_k & \mathbf{K}_k] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

で定義され、

$$\mathbf{P}_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_{24} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

は信号の入れ替えを意味する。

この構成法は、信号値および係数値が共に、実数として計算されることを前提に、設計されている。しかし、回路実現時には、スケーリング後の有限語長化（有理数化）の影響で、逆変換後の信号に誤差が重畳され、可逆とはならない。

### 2.2. 可逆な分離型 2D DWT（従来法）

一方、Fig.1(b)に示す文献[10]の構成法では、式(1)のスケーリング  $\mathbf{J}_k$  が、Fig.2(a)に示すように、

定理 1 ; スケーリングのリフティング構成

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{M}_{s_4, s_3} \mathbf{M}_{s_2, s_1} \quad (2)$$

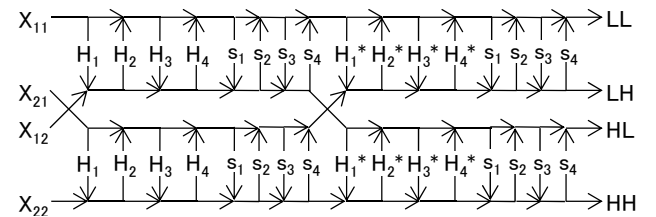
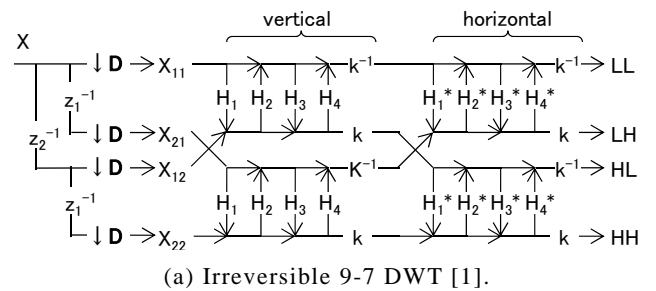


Fig.1 DWT の従来の構成法

但し、

$$\begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_3 & s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k^{-1} & 1-k \\ -1 & 1-k^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ks_1 & 0 \\ 0 & (ks_1)^{-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

によりリフティング構成される。ここで、丸め処理を用いて乗算後の信号を整数化することで、順変換と逆変換の間で誤差が常にキャンセルされる。結果、任意の整数値入力信号に対して、可逆再生が保証される。

しかし、table 1 に示すように、丸め処理を 32 個含んでおり、非可逆な 9-7 DWT との互換性が低下する問題がある。

### 3. 提案する可逆な非分離型 2D DWT

以下、非分離型の 2D リフティング処理と、縦処理と横処理の部分入替に関する定理を述べ、これらを利用した提案法について説明する。

#### 3.1. 等価変形のための定理

定理 2 ; 非分離型 2D リフティング処理への分解

$$\mathbf{L}_{d,c} \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{b,a} \mathbf{P}_{23} = \mathbf{N}_{d,c,b,a} \quad (4)$$

但し、

$$\mathbf{N}_{d,c,b,a} = \begin{bmatrix} 1 & d & b & -bd \\ c & 1 & 0 & b \\ a & 0 & 1 & d \\ ac & a & c & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

により、式(4)左辺の分離型 2D 処理を、式(5)の非分離型 2D 処理に置換できる。これにより、Fig.2(b)に示すように、8 つのリフティングが 4 つに統合される。具体的には、 $R[\ ]$  を 4 つの成分に対する丸め処理として、

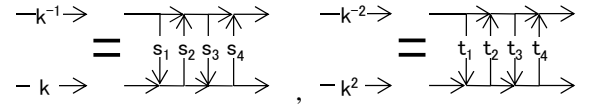
$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X} + R \left[ \mathbf{N}_{d,c,b,a} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{X} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}} \right] \\ := \mathbf{N}_{d,c,b,a} \circ \mathbf{X} \quad (6)$$

なる処理を行う。これにより、丸め処理を 8 個から 4 個に半減させる。以下、線形な変換  $\mathbf{Y} = \mathbf{TX}$  について、丸め処理を伴う場合を  $\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{T} \circ \mathbf{X}$  と表す。

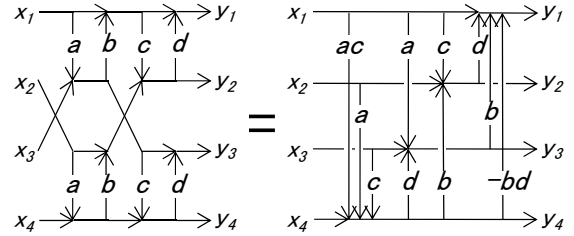
定理 3 ; 縦処理と横処理の部分入替

$$\mathbf{L}_{H_s^*, H_r^*} \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_q, H_p} \mathbf{P}_{23} = \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_q, H_p} \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_s^*, H_r^*} \quad (7)$$

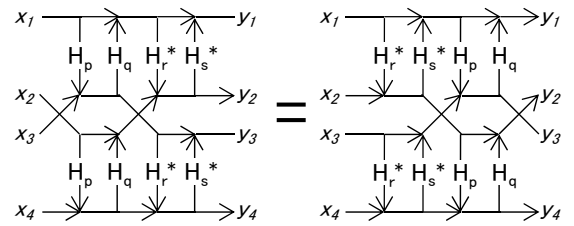
これは、Fig.2(c)に示すように、垂直処理と水平処理の順番が、入れ替え可能であることを意味している。



(a) 定理 1



(b) 定理 2



(c) 定理 3

Fig.2 等価変形のための 3 つの定理

#### 3.2. 提案法・タイプ1

Step 1; Fig.3(a)に示すように、4 組のスケール係数  $\{k^{-1}, k\}$  を、1 組の係数  $\{k^{-2}, k^2\}$  にまとめる。

$$(\mathbf{J}_k \mathbf{L}_{H_4^*, H_3^*} \mathbf{L}_{H_2^*, H_1^*} \mathbf{P}_{23}) (\mathbf{J}_k \mathbf{L}_{H_4, H_3} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23}) \\ = (\mathbf{P}_{24} \mathbf{J}_k^2 \mathbf{P}_{24}) \mathbf{L}_{H_4^*, H_3^*} \mathbf{L}_{H_2^*, H_1^*} \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_4, H_3} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23} \quad (8)$$

但し、

$$\mathbf{J}_k^2 = \text{diag}[\mathbf{K}_{k^2} \quad \mathbf{I}_{2 \times 2}] \quad (9)$$

Step 2; Fig.3(b)に示すように、定理 1 を適用して、スケール係数をリフティング構成する。

$$\mathbf{K}_{k^2} = \mathbf{M}_{t_4, t_3} \mathbf{M}_{t_2, t_1} \quad (10)$$

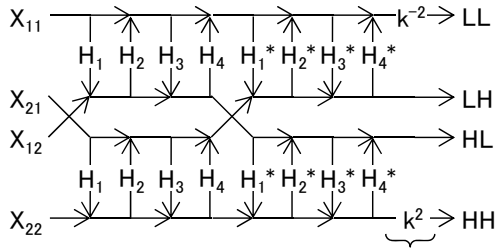
但し、

$$\begin{bmatrix} t_1 & t_2 \\ t_3 & t_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k^{-2} & 1-k^2 \\ -1 & 1-k^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k^2 t_1 & 0 \\ 0 & (k^2 t_1)^{-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

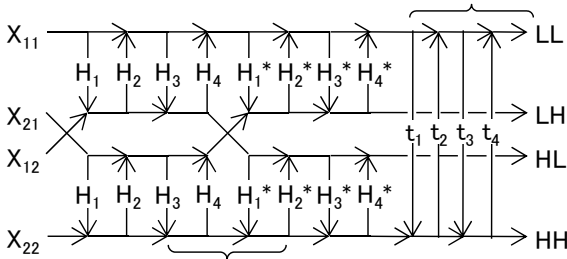
Step 3; Fig.3(c)に示すように、8 つのリフティングに定理 2 を適用して、4 つのリフティングに統合する。

$$\mathbf{L}_{H_4^*, H_3^*} (\mathbf{L}_{H_2^*, H_1^*} \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_4, H_3} \mathbf{P}_{23}) \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23} \\ = \mathbf{L}_{H_4^*, H_3^*} (\mathbf{N}_{H_2^*, H_1^*, H_4, H_3}) \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23} \quad (12)$$

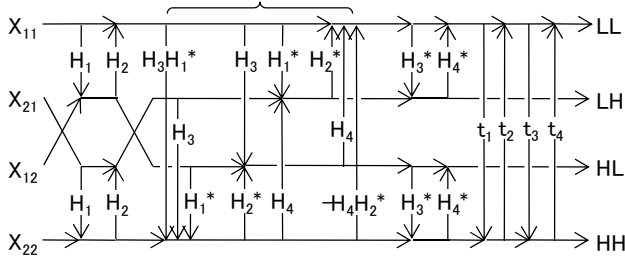
以上により、table 1 に示すように、丸め処理が合計 16 個となり、従来法の 50 [%]に低減された。



(a) Step 1; unify the scaling coefficients.

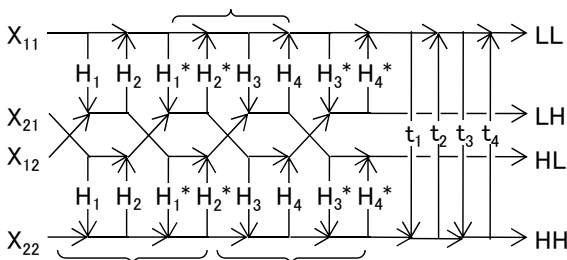


(b) Step 2; apply theorem 1.

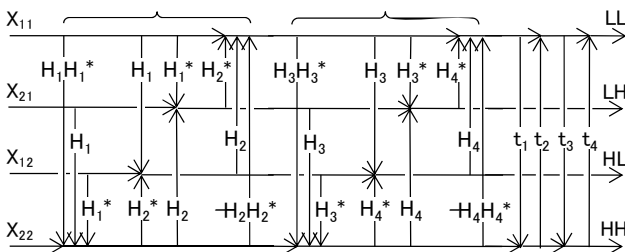


(c) Step 3; apply theorem 2 to step 2.

Fig.3 提案する構成法 (type 1).



(a) Step 3'; apply theorem 3 to step 2.



(b) Step 4'; apply theorem 2 to step 3'.

Fig.4 提案する構成法 (type 2).

### 3.3. 提案法・タイプ2

Step 3'; Fig.4(a)に示すように、step2 に定理 3 を適用することで、縦処理と横処理の一部を入れ替える。

$$\begin{aligned} & \mathbf{L}_{H_4, H_3}^* (\mathbf{L}_{H_2, H_1}^* \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_4, H_3} \mathbf{P}_{23}) \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23} \\ & = \mathbf{L}_{H_4, H_3}^* (\mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_4, H_3} \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_2, H_1}^*) \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23} \end{aligned} \quad (13)$$

Step 4'; Fig.4(b)に示すように、16 個のリフティングに定理 2 を 2 回適用することで、8 個に統合する。

$$\begin{aligned} & (\mathbf{L}_{H_4, H_3}^* \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_4, H_3} \mathbf{P}_{23}) (\mathbf{L}_{H_2, H_1}^* \mathbf{P}_{23} \mathbf{L}_{H_2, H_1} \mathbf{P}_{23}) \\ & = \mathbf{N}_{H_4, H_3, H_4, H_3}^* \mathbf{N}_{H_2, H_1, H_2, H_1} \end{aligned} \quad (14)$$

以上により、table 1 に示すように、丸め処理の合計が 12 個となり、従来法の 37.5 [%]に低減された。

Table 1 丸め処理の個数の比較

	lifting	scaling	total
proposed 1	12	4	16 (50.0%)
proposed 2	8	4	12 (37.5%)
existing [10]	16	16	32 (100%)

Table 2 評価に用いた画像信号

1.boat	2.girl	3.couple	4.cameraman	
5.text	6.bridge	7.airplane	8.lax	9.building
10.barbara	11.lenna	12.woman	13.lighthouse	

## 4. 実験結果

提案法によりリフティングが統合され、丸め処理の総数が低減された。これによる互換性の向上効果を、table 2 に示す 13 種類の画像を用い、実験により確認する。

### 4.1. 非可逆な分離型 2D DWT との互換性

table 3 に示す 3 つの場合について、2.1.の非可逆な DWT と、2.2.および 3.の可逆な DWT との互換性を評価する。case 1 は、非可逆 DWT の順変換結果を整数化した  $R[\mathbf{TX}]$  と、可逆 DWT の順変換結果  $\mathbf{T} \circ \mathbf{X}$  との差分を評価した。case 2 は、可逆 DWT の順変換結果を、非可逆 DWT で逆変換してから整数化した  $R[\mathbf{T}^{-1} \mathbf{T} \circ \mathbf{X}]$  と、原画像  $\mathbf{X}$  との差分である。case 3 は、順変換を非可逆 DWT、逆変換を可逆 DWT とした。

これらの mismatches 誤差を、table 2 に示すそれぞれの画像について、PSNR により評価した結果を Fig.5(a), (b), (c)にまとめる。また、これらの画像に対する平均

を、table 4 にまとめる。但し、2 ステージのオクターブ分割により、画像信号を 7 帯域に分割した。case 1 について、提案法の type 1 では平均+1.22 [dB]、type 2 では+0.55 [dB]の向上効果が確認された。また、case 2 および case 3 については、type 1 による改善効果として、+1.25 [dB]および+1.21 [dB]となることが確認できる。例として、画像"Lenna"に対する case 2 の再生誤差を Fig 6 に示す。

しかし、type 2 では、互換性の向上効果は確認できなかった。これは、水平処理と垂直処理を一部入れ替えたことで、丸め誤差に対する感度が増加したためと考えられる。

### 4.2. 符号化性能の評価

画像"Lenna"を、可逆 DWT を用いて 2 stage にオクターブ分割し、EBCOT によりエントロピ符号化した場合の符号量を Table 5 にまとめる。9-7 DWT については、各種法による差異は特にみられず、従来法のロスレス符号化性能を維持していることが確認できる。

Fig.7(a)と(b)には、case 2 と case 3 のそれぞれについて、ロッキー符号化の特性を示す。量子化誤差に比べて丸め誤差が無視できる低ビットレートでは、いずれの可逆 DWT もほぼ同じ特性を示す。しかし、高ビットレートでは、丸め誤差が無視できなくなり、量子化幅を細かくしても、Fig.5(b),(c)に示された値で PSNR が飽和する。表 4 と同様、従来法[10]に対する提案法 type 1 の優位性が確認できる。

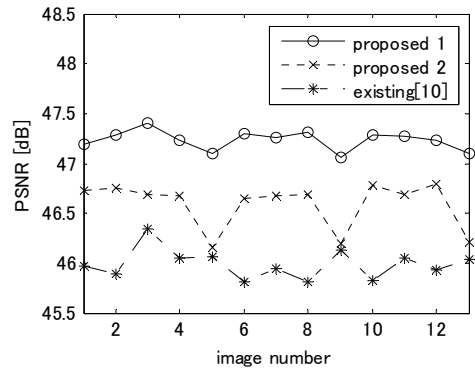
Fig.8 には、順変換と逆変換の双方について、可逆 DWT を用いた場合のロッキー符号化特性を示す。3.5 [bpp] 程度でロスレスとなっている。この場合も、提案法 type 1 の優位性が確認できる。

Table 3 互換性の評価方法

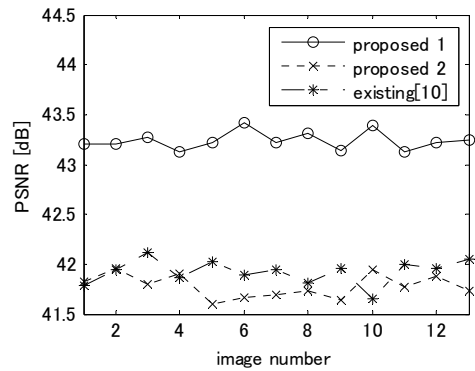
	case 1	case 2	case 3
順変換	$T_o$ (可逆), $T$ (非可逆)	$T_o$ (可逆)	$T$ (非可逆)
逆変換		$T^{-1}$ (非可逆)	$T^{-1}_o$ (可逆)
誤差	$D=T_o X-R[TX]$	$D=R[T^{-1}T_o X]-X$	$D=T^{-1}_o R[TX]-X$

Table 4 PSNR [dB]による互換性の評価結果

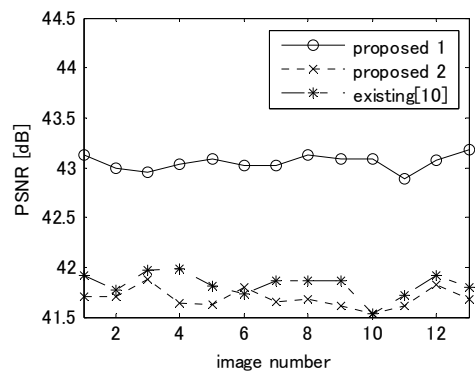
	case 1	case 2	case 3
proposed 1	47.47 (+1.22)	45.09 (+1.25)	44.88 (+1.21)
proposed 2	46.80 (+0.55)	43.61 (-0.22)	43.55 (-0.12)
existing [10]	46.25 (+0.00)	43.83 (+0.00)	43.67 (+0.00)



(a) case 1

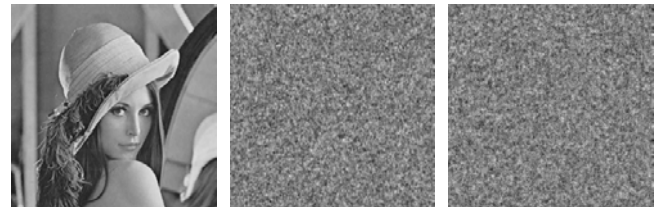


(b) case 2



(c) case 3

Fig.5 各画像に対する互換性の評価結果



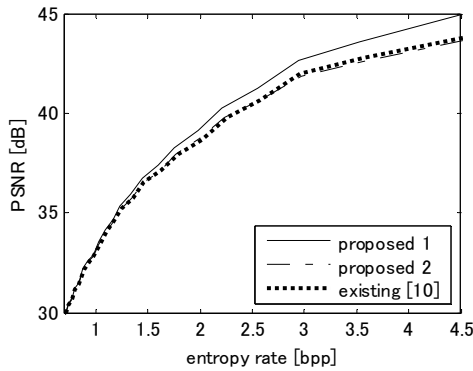
(a) original (b) existing 43.85 [dB] (c) proposed 45.02 [dB]

Fig.6 再生誤差の比較

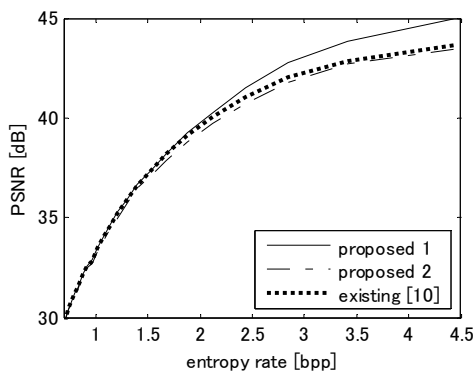
$$E = (R[T^{-1}T_o X] - X) * 16 + 128$$

Table 5 ロスレス符号化時の性能評価

method	proposed 1	proposed 2	existing [10]	(5/3 DWT)
entropy [bpp]	5.10	5.11	5.11	(5.03)



(a) case 2



(b) case 3

Fig.7 ロッシー符号化における互換性

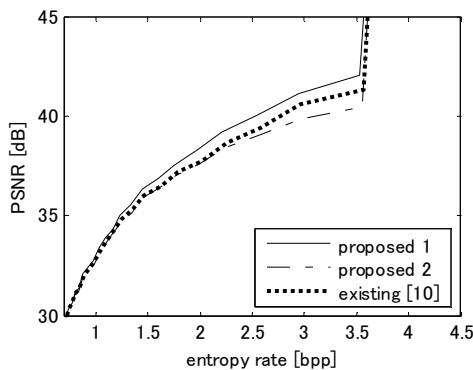


Fig.8 可逆 DWT のロッシー符号化特性 (Lenna)

## 5. まとめ

JPEG 2000 のロッシー符号化に用いられる 2 次元分離型の非可逆な 9-7 DWT について、フィルタとスケールリングの全てをリフティング構成し、伝達関数を非分離型の関数に因数分解することで、丸め処理の個数を半分に以下に低減できる、可逆な DWT を提案した。各種の画像信号に対して符号化を行い、従来の可逆な DWT に比べ、ロスレス符号化の性能を維持しつつも、JPEG 2000 の非可逆な DWT との互換性を向上できることを確認した。

## 文 献

- [1] ISO / IEC FCD 15444-1, Joint Photographic Experts Group, "JPEG2000 Image Coding System", March 2000.
- [2] A. Descampe, F. O. Devaux, G. Rouvroy, J. D. Legat, J. J. Quisquater, B. Macq, "A Flexible Hardware JPEG 2000 Decoder for Digital Cinema", IEEE Trans. CAS for Video Technology, vol. 16, issue 11, pp.1397 - 1410, Nov. 2006
- [3] Po-Chin Hu, M. Kavesh, Zhi-Li Zhang, "A wavelet to DCT progressive image transcoder", IEEE ICIP, vol.1, no.10-13, pp.968-971, Sept. 2000.
- [4] S. Yeping, J. Xin, A. Vetro, S. Huifang, "Efficient MPEG-2 to H.264/AVC intra transcoding in transform-domain", IEEE ISCAS, vol.2, no.23-26, pp.1234-1237, May 2005.
- [5] F. A. M. L. Bruelers, A. W. M. van den Enden, "New Networks for Perfect Inversion and Perfect Reconstruction," IEEE Journal of Selected Areas in Communications, vol.10, no.1, pp.130-137, Jan.1992.
- [6] H. Kiya, M. Yae, M. Iwahashi, "Linear Phase Two Channel Filter Bank allowing Perfect Reconstruction", IEEE Proc. International Symposium on Circuits and Systems, no.2, pp.951-954, May 1992.
- [7] W. Sweldens, "The lifting scheme: A Custom-design Construction of Biorthogonal Wavelets," Technical Report 1994:7, Industrial Mathematics Initiative, Department of Mathematics, University of South Carolina, 1994.
- [8] A. M. Reza, Lian Zhu, "Analysis of error in the fixed-point implementation of two-dimensional discrete wavelet transforms", IEEE Trans. Circuits and Systems, Fundamental Theory and Applications, vol.52, issue 3, pp.641-655, March 2005.
- [9] M. Grangetto, E. Magli, M. Martina, G. Olmo, "Optimization and Implementation of the Integer Wavelet Transform for Image Coding", IEEE Trans. Image Processing, Vol. 11, Issue 6, pp. 596-604, June 2002.
- [10] I. Daubechies, W. Sweldens, "Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps", Journal of Fourier Analysis and Applications, Vol. 4, Nr. 3, 1998.
- [11] K. Komatsu, K. Sezaki, "Nonseparable 2D Lossless Transforms Based on Multiplier-Free Lossless WHT", IEICE trans. Vol.E86-A, No.2, pp.497-503, Feb.2003.