

# 順序置換と符号置換による可逆KLTの係数特異点の回避

岩橋 政宏<sup>†</sup>

貴家 仁志<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>長岡技術科学大学 工学部 電気系  
〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1

<sup>‡</sup>首都大学東京 システムデザイン学部  
〒191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6

あらまし 可逆カルーネン・レーベ変換(KLT)は、カラー画像の色成分間の相関を活用した、高効率なロスレス圧縮に応用される。本報告では、可逆KLTの内部処理における、信号の整数化による丸め誤差を、順序置換と符号置換により低減する方法を提案する。可逆KLTはリフティング構成されるため、内部の丸め誤差は相殺し、逆変換後の信号は歪むことなく再生される。しかし、順変換後の信号は丸め誤差を含み、入力に依っては非常に大きく歪む。これは、リフティング構成により、乗算係数が特異点を持つためである。従来法では、順変換への入力および出力信号の順序を様々に置換し、その度に誤差分散を計算し、歪みが最小となる組み合わせを探索している。しかし、組み合わせ総数が指数関数的であり、実時間処理には適さない。提案法では、順変換の構成要素である2次元の回転変換に対し、順序置換および符号置換を作用させる。また、これらの置換により回転角がどのように並進および反転するかを解析する。結果、組み合わせ総数が多項式的となり、誤差分散の計算を回転角の距離計算で代替できることを示す。提案法により、個々のカラー信号の性質に適応した、高効率な可逆圧縮を高速実現できる。

キーワード 誤差、KLT、可逆、符号化、カラー

## Avoidance of Singular Point in Reversible KLT using Permutation of Signal's Order and Sign

Masahiro IWAHASHI<sup>†</sup>

and Hitoshi KIYA<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Nagaoka University of Technology  
Nagaoka-shi, Niigata, 940-2188 Japan

<sup>‡</sup> Tokyo Metropolitan University  
Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

**Abstract** This paper proposes a "reversible" Karhunen Loeve transform (KLT) for de-correlation of color components of image signals. It is composed of reversible two point rotation transforms which have singular points (SP) and their rotation angles change depending on correlation of input signals. When the angle is close to an SP, rounding errors inside the transform are magnified to huge amount. To avoid this problem, permutation of signal's "order" is introduced in an existing method. In this report, we additionally introduce permutation of "sign". We also make it clear that the proposed method can shift SP by 0, 90, 180 or 270 degree so that distance between SP and the rotation angle is maximized. It is confirmed that the proposed method reduces computational cost of determination of the best structure of the reversible KLT.

**Keyword** error, KLT, reversible, coding, color

### 1. はじめに

デジタル画像のデータ量を圧縮する国際標準化方式として、JPEG および MPEG が普及している[1]。これらの基本要素である離散コサイン変換(DCT)は、AR(1)モデルに対する Karhunen Loeve 変換(KLT)と等価であり、信号を無相関化することで、効率的なデータ圧縮が可能となる[2]。

白黒画像の場合、AR(1)モデルにより信号の性質が精度良く近似されるため、圧縮にはDCTが有効である。一方、カラー画像の色成分の場合、例えばR,G,Bから

Y,U,Vのような色変換の後に、DCTが適用される。しかし、色成分の自己相関や相互相関は、入力毎に大きく異なっている。従って、色変換の代わりにKLTを用いることで、個々の入力に適応した無相関化ができ、カラー画像の効率的な圧縮が可能となる[3,4]。

KLTの変換行列は、色成分の共分散行列に対する固有ベクトルとして与えられ、その値は実数である。これをDSP実現した場合、内部処理では信号や乗算係数の値が有限語長化されるため、丸め誤差の発生自体は回避できない。しかし、変換をリフティング構成(ラ

ダー構成) することで、丸め誤差が順変換と逆変換の間でキャンセルし、内部信号を整数化することで、KLTによる可逆(ロスレス)符号化が可能となる[5]。

このような可逆 KLT では、逆変換後の信号は歪みなく再生できる。しかし、順変換後の信号は丸め誤差を含み、入力によっては非常に大きく歪む。これは、KLT をリフティング構成することで、乗算係数が特異点を持つことによる[6]。

本報告では、R,G,B 色成分への適用を例として、3 点の可逆 KLT において、内部信号の整数化による誤差を、順序置換と符号置換により低減する方法を提案する。従来法では、順変換への 3 つの入力信号および 3 つの出力信号の順序を、3 次対称群により様々に置換し、その都度、順変換後の誤差の分散を計算し、歪みが最小となる組み合わせを全探索している[7,8]。しかし、組み合わせ総数が指数関数的であり、実時間処理には適さない。

提案法では、3 点の順変換の構成要素である 2 点の回転変換に対し、2 点の順序置換および 2 点の符号置換を作用させる。また、これらの置換により、回転変換の回転角がどのように並進および反転するかを明らかにする。これにより、組み合わせ総数が多項式的となり、計算負荷の高い誤差分散の計算を、負荷の低い回転角の距離計算で代替できることを示す。提案法により、個々のカラー信号の性質に適応した、高効率な可逆圧縮を、高速に実現可能となる。

## 2. 可逆 K L T の特異点問題

可逆 KLT とその特異点問題について述べ、3 点の置換を導入した従来の問題回避法をまとめる。

### 2.1. KLT による色信号の無相関化

一般に、R,G,B 等の色成分の間には相関があり、この冗長性を除去することで、情報圧縮が可能となる。例えば白黒画像であれば、色成分の値は画素毎に全て同じであるため、3 つの成分を 1 つに圧縮できる。この処理は、カルーネン・レーベ変換(KLT)：

$$\mathbf{Y} = \mathbf{K}^T \mathbf{X} \quad (1)$$

により実現される。 $\mathbf{X}$  は各画素における  $N$  個の色成分から成る列ベクトルであり、 $N$  行  $N$  列の変換行列  $\mathbf{K}$  により無相関化され、成分ベクトル  $\mathbf{Y}$  として出力される。 $\mathbf{K}$  は  $\mathbf{X}$  の共分散行列  $\mathbf{R}_X$  に対する固有ベクトルから成る。KLT により、 $\mathbf{Y}$  の共分散行列  $\mathbf{R}_Y$  は、対角要素が  $\mathbf{R}_X$  の固有値となり、非対角要素は零(無相関)となる。

例えば、R,G,B 色成分へ適用する  $N=3$  の場合、

$$\mathbf{Y} = [y_i \ y_j \ y_k]^T, \quad \mathbf{X} = [x_i \ x_j \ x_k]^T \quad (2)$$

とすると、 $\mathbf{X}$  の共分散行列  $\mathbf{R}_X$  は、

$$\mathbf{R}_X = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^T] \quad (3)$$

と定義され、 $\mathbf{Y}$  の共分散行列  $\mathbf{R}_Y$  は、

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_Y &= E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T] = \mathbf{K}^T E[\mathbf{X}\mathbf{X}^T] \mathbf{K} = \mathbf{K}^T \mathbf{R}_X \mathbf{K} \\ &= \text{diag}[\lambda_i \ \lambda_j \ \lambda_k] \end{aligned} \quad (4)$$

となる。 $E[\ ]$  は画像信号中の全画素に対する相加平均を意味する。カラー画像の場合、式(3)の  $\mathbf{R}_X$  は入力毎に大幅に異なる。このため、個々の入力に適応した KLT を施すことで、色成分間の相関を活用した高効率な情報圧縮が可能となる。

式(1)における画素値  $\mathbf{X}$  は整数として与えられるが、 $\mathbf{K}$  が実数であるため、KLT の順変換の結果である  $\mathbf{Y}$  も実数となる。しかし、後段でエントロピ符号化するため、実数は整数に丸められる。結果、復号再生された信号は丸め誤差を含む。従って、このままではロスレス符号化の用途には適さない。

### 2.2. ロスレス圧縮のための可逆 KLT

可逆 KLT では、信号の整数化をリフティング構成に組み込むことで、ロスレス符号化に適した処理が行われる。式(1)の  $\mathbf{K}$  は正規直交なので、2 点の回転行列：

$$\mathbf{G}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \end{bmatrix} \quad (5)$$

の積に分解できる。 $\mathbf{G}(\theta)$  は Givens 回転(Rotation)であり、 $\mathbf{H}(\theta)$  は Householder 鏡映(Reflection)である。図 1(a)にはその一例を示す。図中の  $\mathbf{S}_3$  は 3 点の符号置換であり、

$$\mathbf{S}_3 = \begin{bmatrix} (-1)^a & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^b & 0 \\ 0 & 0 & (-1)^c \end{bmatrix}, \quad a, b, c \in \{0, 1\} \quad (6)$$

における  $a, b, c$  には選択の自由度がある。このため、変換行列  $\mathbf{K}$  の  $n$  行  $m$  列を  $K_{n,m}$  とすると、例えば、

$$\begin{bmatrix} \varphi_i \\ \varphi_j \\ \varphi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan(K_{2,3}/K_{3,3}) \\ \arcsin(K_{1,3}) \\ \arctan(K_{1,2}/K_{1,1}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

として回転角が決まり、これを、図 2 のようにリフティング構成することで、可逆 KLT が実現される。

### 2.3. 可逆な回転変換の特異点問題

図 2 の順変換  $\mathbf{F}(\theta)$  への入力  $(x_1, x_2)$  は整数であり、その出力  $(y_1, y_2)$  も整数となる。逆変換  $\mathbf{F}^{-1}(\theta)$  の結果、再生値  $(w_1, w_2)$  が得られ、その値は入力値と厳密に等しい。この処理は、

$$\begin{bmatrix} x'_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 + R[f_1 x_1] \\ x_1 + R[f_2 x'_2] \\ x'_2 + R[f_3 y_1] \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y'_2 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_2 - R[f_3 y_1] \\ y_1 - R[f_2 y'_2] \\ y'_2 - R[f_1 w_1] \end{bmatrix} \quad (8)$$

と記述される。 $R[x]$ は値  $x$  の整数への丸めを表す。 $f_1, f_2, f_3$  は実数の乗算係数であり、丸め誤差を無視すると、順変換全体は行列：

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ f_1 & 1 \end{bmatrix} := \mathbf{F}(\theta) \quad (9)$$

で表される。図 1 のように、回転行列として式(5)の  $\mathbf{G}(\varphi)$  を用いる場合、 $\mathbf{F}(\theta) = \mathbf{G}(\varphi)$  より、式(9)の係数値は、

$$f_1 = f_3 = \tan \frac{\varphi}{2}, \quad f_2 = -\sin \varphi \quad (10)$$

となる。ここで、回転角  $\varphi$  が  $\pi$  [rad] のとき係数値  $f_1$  と  $f_3$  が無限大となること ( $\pi$  [rad] に特異点が存在すること) に注意する必要がある。

可逆 KLT を LSI 実現する際、係数値は有限語長化され、内部の信号値は式(8)のように整数化される。これらの丸め誤差は、再生された値  $(w_1, w_2)$  には含まれないが、順変換後の値  $(y_1, y_2)$  には含まれる。とくに、特異点の存在により、回転角度の値に依っては誤差が著しく増幅され、符号化効率の低下を招いてしまう。本稿は、このような誤差の低減を目的としている。

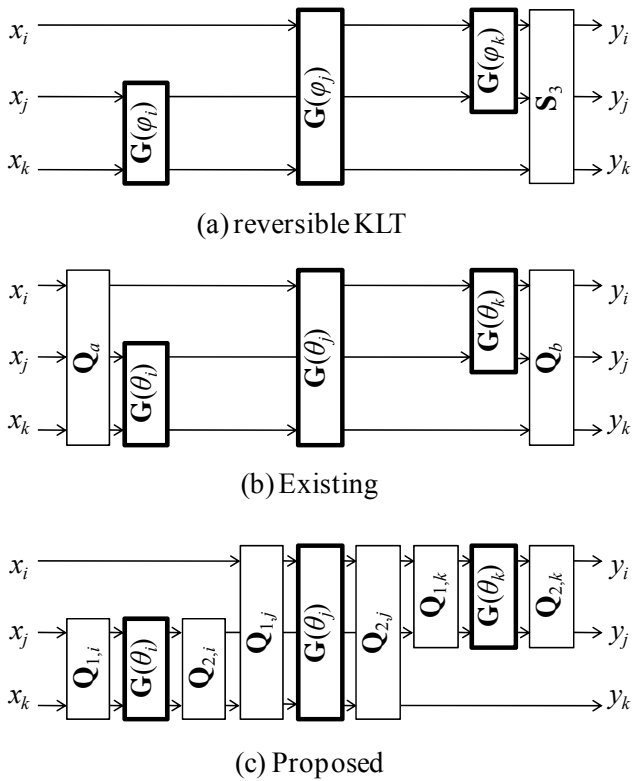


図 1 KLT(3 点)の回転行列(2 点)への分解

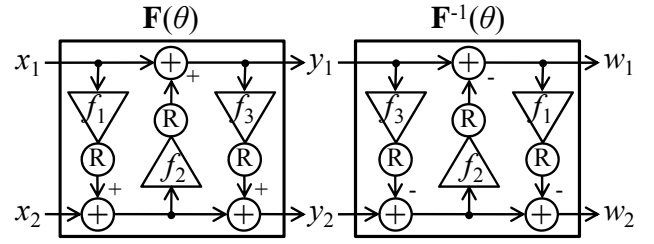


図 2 可逆な回転変換(2 点)の順変換と逆変換

## 2.4. 従来法における特異点の回避

図 1(b)に示すように、従来法[8]では 3 点 KLT の前後に、信号の順序の置換 (順序置換) と符号の反転 (符号置換) を導入することで、特異点問題を軽減している。図中の  $\mathbf{Q}_a$  と  $\mathbf{Q}_b$  はそれぞれ、3 点の順序置換：

$$\mathbf{P}_3 \in \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \right. \quad (11)$$

$$\left. \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

と式(6)の 3 点の符号置換  $\mathbf{S}_3$  の積であり、全ての組み合わせの中から、誤差が最小となる場合が探索される。具体的には、 $3! = 6$  通りの順序置換に対して  $2^3$  通りの符号置換が存在するため、 $(3!2^3)^2 = 2,304$  通りとなる。但し、図 1(a)と図 1(b)の行列式が一致する条件下では、探索回数はその半分となる。

これらの置換は、誤差の分散に影響しない。また、与えられた  $\mathbf{K}$  の下で、置換の組み合わせにより回転角  $\theta_i, \theta_j, \theta_k$  が変化する。例えば、図 1(a)の  $x_i$  と  $x_j$  の順序を置換することで、回転角は、

$$\theta_i = \arcsin(\sin \varphi_i \cos \varphi_j), \quad \theta_j = \arctan \left( \frac{\tan \varphi_j}{\cos \varphi_i} \right) \quad (12)$$

$$\theta_k = -\arctan \left( \frac{\tan \varphi_i \sin \varphi_j + \tan \varphi_k}{\tan \varphi_i \sin \varphi_j \tan \varphi_k - 1} \right)$$

となる。回転角が特異点から遠ざかるように置換を選ぶことで、 $\mathbf{Y}$  に重畳する誤差の低減が可能となる。

しかし、従来法における 3 点の順序置換の場合、3 つの回転角の変化が相互に依存するため、全ての組み合わせを探索する必要がある。このため、KLT を構成する 2 点回転変換の数を  $L$ 、それぞれに対する置換の候補数を  $M$  とすると、探索回数は  $M^L$  となり、 $L$  の指数関数的な回数の誤差計算が必要となる。このため、デコーダにおける高速処理には適していない。

### 3. 提案法

2 点の置換を導入した提案法について述べ、置換による回転角の並進および反転について解析する。

#### 3.1. 提案法における特異点の回避

図 1(c)に示すように、提案法では 2 点の回転変換のそれぞれに 2 点の置換を導入することで、特異点を回避する。図中の  $\mathbf{Q}_{p,q}$ ,  $p \in \{1,2\}$ ,  $q \in \{i,j,k\}$  はそれぞれ、2 点の順序置換  $\mathbf{P}$  と符号置換  $\mathbf{S}$  と単位行列  $\mathbf{I}$  :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

のべき乗積であり、従来法と同様、独立な全組み合わせから誤差が最小となる場合を探索する。ここで、

$$\mathbf{P}^2 = \mathbf{I}, \quad \mathbf{S}^2 = \mathbf{I}, \quad (\mathbf{PS})^2 = (-\mathbf{SP})^2 = -\mathbf{I} \quad (14)$$

を満たすことから、個々の  $\mathbf{Q}_{p,q}$  は位数 8 の二面体群の構造を持つ。

図 3(a)には、図 2 の回転変換  $\mathbf{F}(\theta)$  の前後に、置換  $\mathbf{Q}_n$ ,  $n \in \{1,2\}$  を作用させることで、式(5)の回転行列  $\mathbf{G}(\varphi)$  を可逆な回転変換として実現する場合を示す。この際に用いられる置換は、 $\mathbf{P}=\mathbf{H}(\pi/2)$ ,  $\mathbf{S}=\mathbf{H}(\pi)$ ,  $\mathbf{I}=\mathbf{G}(0)$  および、

$$\begin{cases} \mathbf{G}(\beta)\mathbf{G}(\alpha) = \mathbf{G}(\beta+\alpha) \\ \mathbf{H}(\beta)\mathbf{G}(\alpha) = \mathbf{H}(\beta-\alpha) \\ \mathbf{G}(\beta)\mathbf{H}(\alpha) = \mathbf{H}(\beta+\alpha) \\ \mathbf{H}(\beta)\mathbf{H}(\alpha) = \mathbf{G}(\beta-\alpha) \end{cases} \quad (15)$$

であることから、図 3(b)と図 3(c)に示す 8 通りに集約される。

#### 3.2. 回転角に対する置換の作用

図 3(a)において、 $\mathbf{F}(\theta)$  として  $\mathbf{G}(\theta)$  を選択した場合、式(10)により係数値が決定される。また、 $\mathbf{Q}_2$  として  $\mathbf{G}(0)$  を、 $\mathbf{Q}_1$  として図 3(b)に示す 4 種類の置換(=Givens 回転)をそれぞれ選択することで、

$$\begin{cases} \text{case(1)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{G}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{G}(0) \\ \text{case(2)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{G}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{G}(\pi/2) \\ \text{case(3)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{G}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{G}(\pi) \\ \text{case(4)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{G}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{G}(-\pi/2) \end{cases} \quad (16)$$

となる。更に、式(15)を適用することで、

$$\begin{cases} \text{case(1)} & \theta = \varphi \\ \text{case(2)} & \theta = \varphi - \pi/2 \\ \text{case(3)} & \theta = \varphi - \pi \\ \text{case(4)} & \theta = \varphi + \pi/2 \end{cases} \quad (17)$$

となる。以上より、2 点の順序置換と符号置換の組み合わせにより、式(10)に示された特異点の位置を、 $\pi/2$  を単位として「並進」させることが可能となる。

同様に、 $\mathbf{Q}_2$  として  $\mathbf{H}(0)$  を、 $\mathbf{Q}_1$  として図 3(c)に示す 4 種類の置換(=Householder 鏡映)を用いることで、

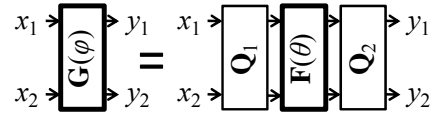
$$\begin{cases} \text{case(1)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{H}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{H}(0) \\ \text{case(2)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{H}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{H}(\pi/2) \\ \text{case(3)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{H}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{H}(\pi) \\ \text{case(4)} & \mathbf{G}(\varphi) = \mathbf{H}(0)\mathbf{G}(\theta)\mathbf{H}(-\pi/2) \end{cases} \quad (18)$$

となり、式(15)より、

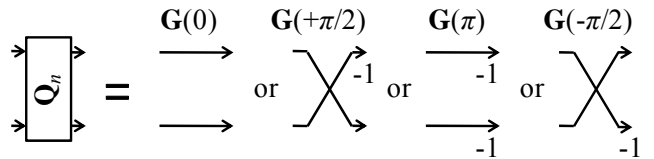
$$\begin{cases} \text{case(1)} & \theta = -\varphi \\ \text{case(2)} & \theta = -\varphi - \pi/2 \\ \text{case(3)} & \theta = -\varphi - \pi \\ \text{case(4)} & \theta = -\varphi + \pi/2 \end{cases} \quad (19)$$

が得られる。この場合、回転角の「並進」に加え、回転角の符号を「反転」させることができる。

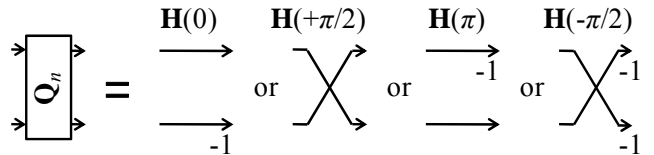
提案法における 2 点の置換の場合、3 つの回転角が独立に変化するため、全ての組み合わせを探索する必要がない。KLT を構成する 2 点回転変換の数を  $L$ 、置換の候補数を  $M$  とすると、探索回数は  $ML$  となり、 $L$  の多項式的な回数の探索で済む。このため、最適な構成法を従来法よりも高速に決定できる。



(a) Rotation with permutations



(b) Givens rotations as a permutation



(c) Householder reflections as a permutation

図 3 順序置換と符号置換による構成法

### 3.3. 信号の整数化による誤差

以下、信号の整数化による誤差(信号誤差)と、回転角度の関係調べる。図2において、 $f_m$ による乗算の直後の整数化で発生する誤差を  $e_m$  とおくと、出力値  $(y_1, y_2)$ に重畳する誤差は、

$$\begin{bmatrix} e_{y1} \\ e_{y2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & 1 & 0 \\ \cos\theta & \tan\frac{\theta}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

となる。従って、これらの分散は、

$$\begin{bmatrix} \sigma_{y1}^2 \\ \sigma_{y2}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 + \sin^2\theta \\ 1 + \cos^2\theta + \tan^2\frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

となり、両者の和は、

$$\sigma_{sgl}^2(\theta) = \sigma_{y1}^2 + \sigma_{y2}^2 = \frac{1}{12} \left( 3 + \tan^2\frac{\theta}{2} \right) \quad (22)$$

となる。式(22)より、信号誤差の分散は、回転角  $\pi$  [rad] に特異点を持ち、特異点と回転角との距離に対する、単調減少関数となることがわかる。

以上より、提案法では、与えられた  $\varphi$  に対し、式(17)の  $\theta$  の絶対値が最小となるように、図3(b)の中から置換を一つ選ばばよい。従来法のように演算負荷の高い誤差分散を計算することなく、特異点との距離を調べることで、最適な構成法を決定できる。

### 3.4. 係数の有限語長化による誤差

以下、係数の有限語長化による誤差(係数誤差)の分散と回転角度の関係調べる。図2において、係数  $f_m$  の丸め誤差を  $Af_m$  とおくと、係数誤差の分散は、

$$\sigma_{cfl}^2(\theta) = \begin{bmatrix} (Af_1)^2 & (Af_2)^2 & (Af_3)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^{-4}\frac{\theta}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sin^2\frac{\theta}{2} & \cos^2\frac{\theta}{2} & \sin\theta \\ \cos^2\theta & \sin^2\theta & -\sin 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E[x_1x_1] \\ E[x_2x_2] \\ E[x_1x_2] \end{bmatrix} \quad (23)$$

となる。但し、式(23)における  $x_1, x_2$  の平均値は分離されているとする。 $W$  [bit]を係数の小数部の語長として、

$$(Af_1)^2 = (Af_2)^2 = (Af_3)^2 = \frac{1}{12} \cdot 2^{-2W}, \quad (24)$$

$$E[x_1x_1] = E[x_2x_2] = 1, \quad E[x_1x_2] = \rho$$

とおくと、

$$\begin{aligned} \sigma_{cfl}^2(\theta) &= \frac{1}{12} \cdot 2^{-2W} \left( 2 + \cos^{-4}\frac{\theta}{2} \right) \\ &\quad - \frac{1}{12} \cdot 2^{-2W} \left( \sin 2\theta - \sin\theta \cdot \cos^{-4}\frac{\theta}{2} \right) \rho \end{aligned} \quad (25)$$

が得られ、第2項は  $\theta$  の奇関数と  $\rho$  の積になっている。このため、色成分が相互に相関がある  $\rho \neq 0$  の場合は、信号誤差とは異なり、係数誤差は回転角の反転( $\theta$  か  $-\theta$  か)の影響を受けることがわかる。

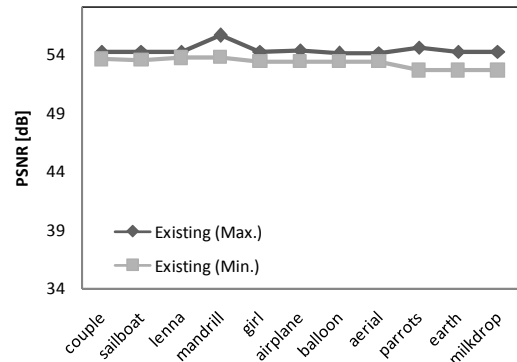
## 4. 実験結果

カラー画像の RGB 成分に可逆 KLT を適用することで、提案法の効果を確認する。

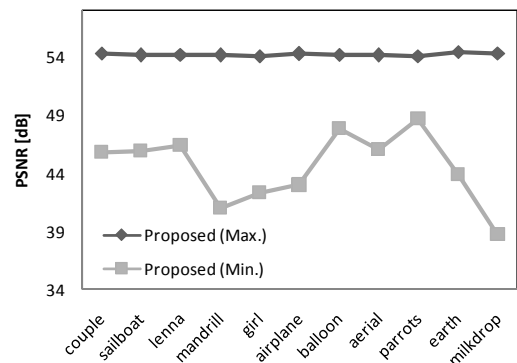
### 4.1. 信号の整数化による誤差

図4には、各種の入力画像に対する、信号誤差の Peak Signal to Noise Ratio (PSNR)を示す。図4(a)は従来法の結果を示し、「Existing (Max.)」は信号誤差が最大となるように、「Existing (Min.)」は最小となるように、全ての組み合わせについて誤差の分散を計算し、全探索により3点置換を決定した。図4(b)は提案法における2点置換を、同様に全探索した結果を示す。

提案法は従来法に比べ、最大時と最小時の幅が広く、置換の選択に依って、誤差の大きさが大幅に変化することが分かる。また、最大時については、どちらの方法も 54 [dB]程度であり大差はない。



(a) Existing



(b) Proposed

図4 従来法と提案法の信号誤差

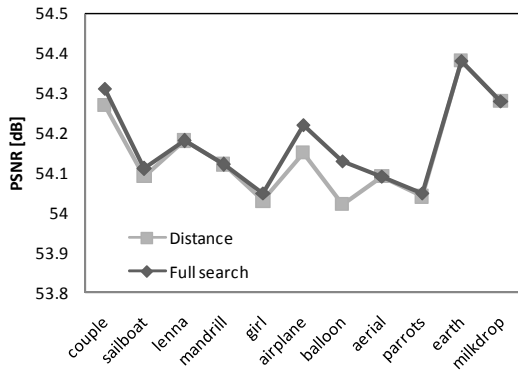


図 5 信号誤差による探索法の比較

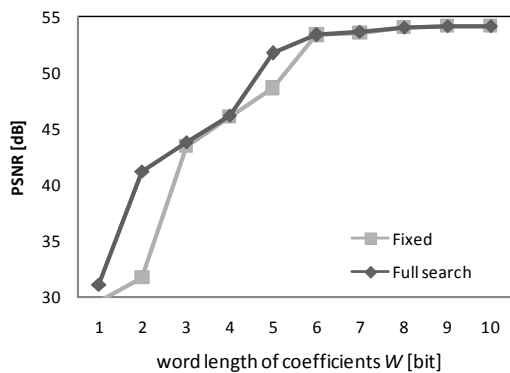


図 6 信号誤差と係数誤差の総和

図 5 には、提案法における探索法の違いを示す。

「Full search」は、可逆 KLT における 3 つの回転変換について、図 3(b) の 4 種類の置換の全組み合わせを全探索した。「Distance」は、式(17)に基づき距離を計算して、3 つの回転変換の置換を個別に探索した。両者の違いは最大でも 0.1 [dB]程度であった。特異点との距離に基づき、回転変換毎に独立に探索することで、ほぼ最適な解が得られることが確認された。

#### 4.2. 係数の有限語長化による誤差

図 6 には、係数値の小数部を  $W$  [bit] に有限語長化することで生じる係数誤差と、信号誤差との和を PSNR で示す。 $W=6$  [bit] で 54 [dB] 程度に飽和し、これ以上は係数語長を長くする必要はない。「Fixed」は信号誤差のみが存在する場合に対して最適化された構成であり、「Full search」は係数誤差と信号誤差の両方が存在する場合に対して、全探索により最適化された結果である。 $W=6$  [bit] 未満では、式(25)の  $\rho$  が無視できず、両者に違いがある。それ以上では、距離計算に基づく多項式回数の探索が、有効であることが確認できる。

## 5. まとめ

本報告では、順変換の構成要素である 2 次元の回転変換に対し、順序置換および符号置換を作用させ、これらの回転角に対する並進および反転作用を解析した。結果、組み合わせ探索の回数が、回転変換総数の指数関数から多項式へと低減され、誤差分散の計算が回転角の距離計算へと簡略化された。提案法により、個々のカラー信号の性質に適応した、高効率な可逆圧縮の高速実現が可能となる。

## 6. 参考文献

- [1] JTC1/ SC29, "Information technology -- Digital compression and coding of continuous-tone still images: Requirements and guidelines", ISO/ IEC 10918-1, 1994.
- [2] Vladimir Britanak, P. C. Yip, K. R. Rao, "Discrete Cosine and Sine Transforms: General Properties, Fast Algorithms and Integer Approximations," Academic, Oct.2006.
- [3] Y. Kim, J.Jeong, S. Kim, Y. Choe, "Color Plane Ordering to Minimize Mutual Information Loss in RGB Video Coding," International Workshop on Advanced Image Technology (IWAIT), No.S12, pp.155-159, Jan. 2010.
- [4] H. Hashim, R.A. Rahman, R. Jarmin, Nasir Taib Mohd, "A Study on RGB Color Extraction of Psoriasis Lesion using Principle Component Analysis (PCA)," International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis (ISPA), pp.288 - 292, Sept. 2007.
- [5] F.A.M.L. Bruelers, A.W.M. van den Enden, "New networks for perfect inversion and perfect reconstruction," IEEE J-SAC, vol.10, no.1, pp.130-137, Jan.1992.
- [6] M.Iwahashi, K.Oguni, "Three Dimensional Integer Rotation Transform and Improvement of its Compatibility," IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), pp.2205 - 2208, May 2009.
- [7] Soo-Chang Pei, Jian-Jiun Ding, "Reversible Integer Color Transform with Bit-constraint," IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Volume 3, pp.11-14, Sept. 2005.
- [8] Soo-Chang Pei, Jian-Jiun Ding, "Reversible Integer Color Transform," IEEE Trans. Image Processing, Vol.16, Issue 6, pp. 1686- 1691, June 2007.
- [9] M. Iwahashi, D. K. Dang, M. Ohnishi, S. Chokchaitam, "A New Structure of Integer DCT Least Sensitive to Finite Word Length Expression of Multipliers," IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), no.II, pp.269-272, Sept. 2005.

### 付録 A. 式(15)の証明

$$z = x + iy, \quad \bar{z} = x - iy, \quad u_\theta = \cos\theta + i\sin\theta$$

として、式(5)を、

$$z \xrightarrow{G(\theta)} u_\theta z, \quad z \xrightarrow{H(\theta)} u_\theta \bar{z}$$

と表すと、

$$\begin{cases} \mathbf{G}(\beta)\mathbf{G}(\alpha) \Rightarrow u_\beta(u_\alpha z) = u_\beta u_\alpha z = u_{\beta+\alpha} z \Rightarrow \mathbf{G}(\beta+\alpha) \\ \mathbf{H}(\beta)\mathbf{G}(\alpha) \Rightarrow u_\beta \overline{(u_\alpha z)} = u_\beta \bar{u}_\alpha \bar{z} = u_{\beta-\alpha} \bar{z} \Rightarrow \mathbf{H}(\beta-\alpha) \\ \mathbf{G}(\beta)\mathbf{H}(\alpha) \Rightarrow u_\beta(u_\alpha \bar{z}) = u_\beta u_\alpha \bar{z} = u_{\beta+\alpha} \bar{z} \Rightarrow \mathbf{H}(\beta+\alpha) \\ \mathbf{H}(\beta)\mathbf{H}(\alpha) \Rightarrow u_\beta \overline{(u_\alpha \bar{z})} = u_\beta \bar{u}_\alpha z = u_{\beta-\alpha} z \Rightarrow \mathbf{G}(\beta-\alpha) \end{cases}$$