テキスト（基礎編）

岩橋研究室 横山 幹

2002 年 7 月 18 日

1 イントロダクション

1.1 MATLAB

MATLAB とは、計算、可視化、プログラミング機能を統合した技術計算のための高性能言語である。MATLAB の長所は、 Basic や C 、 Fortran などとは異なり、行列演算をベースに演算が簡単に行える点にある。*1 また、 MATLAB では、基本機能以外に特別なクラスの問題に対応できるように拡張された MATLAB 関数を集めた Toolbox を用いることにより幅広い分野に対応できるようになっている。

1.2 MATLAB のスクリプト

MATLAB では、長いコマンドを打ち込む手間を省くために、 MATLAB スクリプトファイル（通称 M ファイル）が用意されている。*2 MATLAB スクリプトファイルは拡張子 .m がついたファイルであり、ファイル名がそのまま実行できるコマンド名となる。

*1 MATLAB の基本的な使い方は参考文献 [1] を参照。
*2 [1]

2 基礎編

2.1 画像の入出力

コンピュータで画像を処理する場合は、画像を行列に格納する必要がある。また、処理対象となる画像には bitmap ファイルなどの既成のものや、カメラからリアルタイムで入力されるものなどがある。

MATLAB の場合は、以下のような画像入出力関数が用意されている。

◎画像の読み込み

```
A = imread(FILENAME,FMT)
```

FILENAME 内のイメージを、行列 A に読み込む。

◎画像の書き込み

```
imwrite(A,FILENAME,FMT)
```

イメージ A を FILENAME に書き出す。

◎画像の表示

```
imshow(A)
```

イメージ A を画面に表示する。

◎ vcapg

vcapg は、 Windows の画像関連を扱う標準的な API である Video For Windows を利用した MATLAB 用リアルタイム画像キャプチャ関数である。 MATLAB のコマンド

プロンプト上で

```
vcapg; Enter
```

とタイプすると常駐モードとなる。常駐している場合には、Windows の右下にアイコンが表示される。この右下のアイコンを右クリックすると、画像カードの設定ができる。基本的にキャプチャできる画像モードは、非圧縮の RGB 8,12,24bit のみである。

```
image(vcapg); Enter
```

とタイプすると、 Figure が起動し画像がキャプチャされる。

練習問題 1-1

サンプル画像を MATLAB で取り込み、画面に出力するプログラムを MATLAB の M ファイルで作成せよ。

練習問題 1-2

CCD カメラからの入力画像をリアルタイムで画面に出力するプログラムを MATLAB の M ファイルで作成せよ。

2.2 微分、エッジ抽出

物体の外縁を表す線を「輪郭」という。画像処理では、加えて「画像を特徴づける」線要素ともいえる。画像処理において輪郭を抽出することを「輪郭抽出」または「エッジ抽出」という。エッジ抽出は重要な基本操作の一つであり、取り出した輪郭を使って、特定の物体を抜き出したり、その面積や周囲の長さを計測したり、二つの画像の対応点を求めたり、さらにはもっと複雑な画像認識、画像理解のための手がかりにも用いられる。Fig.1 に、エッジ抽出の例を示す。

画像中の輪郭は濃度値が急激に変化する部分であるので、関数の変化分を取り出す微分演算がエッジ抽出に利用できる。画像中の座標 (x, y) における濃度の勾配を表す一次微分の値は、大きさと方向を持つベクトル量 $\boldsymbol{G}(x, y) = (fx, fy)$ として表現される。ここで x 方向の微分、 fy は y 方向の微分を表す。

（a）原画

（b）エッジ

Fig.1: エッジ抽出の例

fx 、 fy はディジタル画像処理では

$$\left.\begin{aligned} fx &= f(x+1,y) - f(x,y) \\ fy &= f(x,y-1) - f(x,y) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

で計算する。微分値 fx 、 fy が求められれば、以下の式によりエッジの強さと方向が算出できる。

【強さ】 $\sqrt{fx^2 + fy^2}$

【方向】 $\overrightarrow{(fx, fy)}$の向き

練習問題 2-1

以下に示す画像のエッジを抽出せよ。

(1)

1	6	5	4	8	0	2	3

(2)

1	6	5
4	8	0
2	3	4

練習問題 2-2

入力画像のエッジ抽出を行い、画面に出力するプログラムを MATLAB の M ファイルで作成せよ。

2.3　雑音除去、ローパスフィルタ

画像の「雑音」について考える。例えば、テレビのアンテナの調子が悪いと画像が乱れて見えにくくなるが、このような状態を ”画像の劣化” と呼ぶ。この画像の劣化は、二つに分類できる。ひとつは、目的の画像そのものが歪んだり、ぼけたりする劣化。もうひとつは、目的の画像の上にザラザラした邪魔者が乗ることによる劣化である。この後者の方が画像の雑音（ノイズ）である。

ローパスフィルタ（Low-Pass Filter）とは、低い周波数のみが通過できるフィルタである。一般に雑音は高周波であるので、画像をローパスフィルタに通すことで、ある程度雑音の影響を軽減することができる。Fig.2 に、画像にローパスフィルタをかけた例を示す。

（a）原画　（b）ノイズ付加画像　（c）Low-pass

Fig.2: ローパスフィルタの例

練習問題 3-1

練習問題 1-1 で読み込んだ画像に雑音を付加せよ。

練習問題 3-2

付加された雑音をローパスフィルタで軽減せよ。

2.4　画像の鮮鋭化、ハイパスフィルタ

ローパスフィルタに対し、ハイパスフィルタ（High-Pass Filter）とは、高い周波数の範囲が通過できるフィルタである。画像は、撮像や伝送、符号化などの操作をへると、その高周波成分を弱められることがある。このため、画像のぼけが生じ、画像の輪郭が不鮮明になる。画像のぼけを減少させ、画像を鮮明にすることを鮮鋭化という。画像中の高周波成分が弱まることでぼけはおこることから、高周波成分を強調することで鮮鋭化を行うことができる。Fig.3 に、画像の鮮鋭化の例を示す。

（a）ボケ画像

（b）高域強調

Fig.3: ハイパスフィルタの例

練習問題 4-1

練習問題 1-1 で読み込んだ画像にを鮮鋭化して画面に表示するプログラムを MATLAB の M ファイルで作成せよ。

付録

以下に示す離散時間信号は単純な数式によって容易に記述され、またディジタル信号処理の基礎理論において重要なものである。

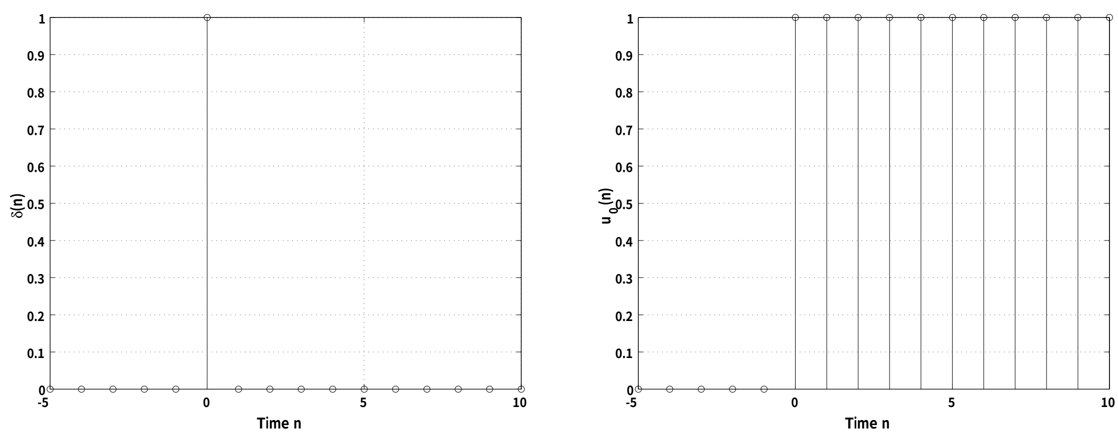
1. 単位インパルス

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \tag{2}$$

2. 単位ステップ

$$u_0(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{3}$$

以上の離散時間信号を Fig.4 に示す。



(a) 単位インパルス $\delta(n)$　　(b) 単位ステップ $u_0(n)$

Fig.4: 基本的な離散時間信号

ディジタル信号処理では、離散時間の信号から出力信号を作り出すプログラム、アルゴリズム、回路などを総称して**離散時間システム**とよんでいる。離散時間システムは入力信号 $\{x(n)\}(n = -\infty \sim \infty)$ を出力信号 $\{x(n)\}(n = -\infty \sim \infty)$ に変換するシステムである。Fig.5 に示されるように、このシステムの入力関係は以下のように記述されることが多い。

$$y(n) = S[x(n)] \tag{4}$$

Fig.5: 離散時間システム

式（2）で与えられた単位インパルス $\delta(n)$ を用いると、任意の信号 $x(n)$ を次のように表現することができる。

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k) \tag{5}$$

いま、単位インパルス入力 $\delta(n)$ に対するディジタルフィルタ $S[\ \ ]$ の応答、すなわち**単位インパルス応答**を $S[\delta(n)]$ とすれば、$S[]$ の時不変性より $\delta(n-k)$ に対する応答は

$$h(n-k) = S[\delta(n-k)] \tag{6}$$

で与えられる。よって、任意の入力 $x(n)$ に対する出力 $y(n)$ は式（5）を式（4）に代入することで次のように求められる。

$$y(n) = S[x(n)] = S\left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n-k)\right] \tag{7}$$

さらに、$S[\ \ ]$ の線形性を考慮すると、上式は次のように書ける。

$$y(n) = \sum_{k=\infty}^{\infty} x(k)S[\delta(n-k)] = \sum_{k=\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \tag{8}$$

$x(n)$ と $h(n)$ に対して $y(n)$ を求める上式の右辺の演算は**たたみこみ**あるいは**たたみこみ和**とよばれる。次式のように記号*用いて、たたみこみ演算は簡略に表現される。

$$y(n) = x(n) * h(n) \tag{9}$$

また、式（8）の右辺の変数を変換して次のように表現することもできる。

$$y(n) = \sum_{k=\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) = h(n) * x(n) \tag{10}$$

このように、ディジタルフィルタの入出力関係は単位インパルス応答 $h(n)$ により記述される。そこで、単位印パルス応答によって記述されるディジタルフィルタを Fig.6 のように図示する。

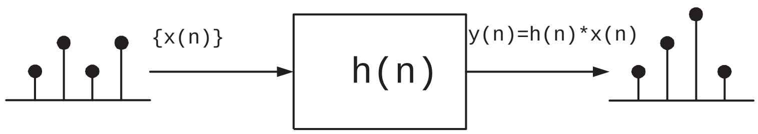


Fig.6: ディジタルフィルタ

2 次元信号 $x(n_1, n_2)$ を入力し、2 次元信号 $y(n_1, n_2)$ を出力するシステムを 2 次元離散空間システムという。2 次元離散空間システムに対しても、1 次元と同様に線形性とシフト時不変性を定義することができ、このようなシステムを 2 次元シフト時不変システムと呼ぶ。信号処理のための 2 次元ディジタルフィルタ（Two-dimential digital filter）と呼ぶ。

2 次元ディジタルフィルタの単位インパルス応答を $h(n_1, n_2)$ とすると、このフィルタ入力 $x(n_1, n_2)$ と出力 $y(n_1, n_2)$ の関係は以下の 2 次元たたみこみによって記述されることが知られている。

$$\begin{aligned} y(n_1, n_2) &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h(k_1, k_2) x(n_1 - k_1, n_2 - k_2) \\ &= h(n_1, n_2) * x(n_1, n_2) \end{aligned} \tag{11}$$

1 次元の場合と同様に、2 次元のたたみこみの場合においても, 上式の $h(n_1, n_2)$ と $x(n_1, n_2)$ の役割を交換しても同じ結果を得る。すなわち

$$\begin{aligned} y(n_1, n_2) &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} x(k_1, k_2) h(n_1 - k_1, n_2 - k_2) \\ &= x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \end{aligned} \tag{12}$$

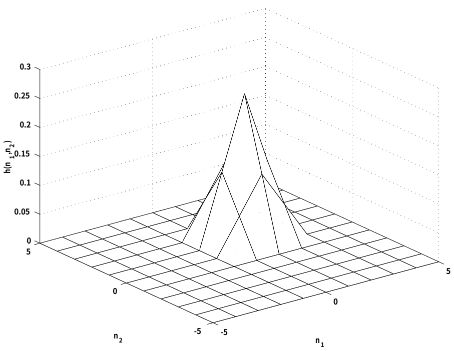
式(11)あるいは式(12)のたたみこみにおいて、二つの信号が $h(n_1, n_2) = h_1(n_1) h_2(n_2)$ と $x(n_1, n_2) = x_1(n_1) x_2(n_2)$ のようにともに**分離可能**であるとき、2 次元たたみこみは次のように表せる。

$$\begin{aligned} y(n_1, n_2) &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h_1(k_1) \cdot h_2(k_2) \cdot x_1(n_1 - k_1) \cdot x_2(n_2 - k_2) \\ &= \left[\sum_{k_1=-\infty}^{\infty} h_1(k_1) \cdot x_1(n_1 - k_1) \right] + \left[\sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h_2(k_2) \cdot x_2(n_2 - k_2) \right] \\ &= [h_1(n_1) * x_1(n_1)] \cdot [h_2(n_2) * x_2(n_2)] \end{aligned} \tag{13}$$

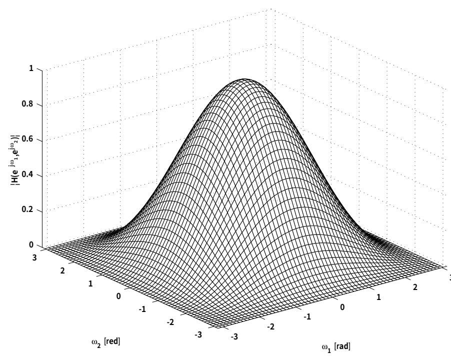
以下にディジタルフィルタの例をいくつか示す。MATLAB では、以下のようなインパルス応答と画像とのたたみこみを求めることで、2 次元フィルタを実現できる。

低域フィルタ

$$h(n_1, n_2) = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \tag{14}$$



(a) 単位インパルス応答

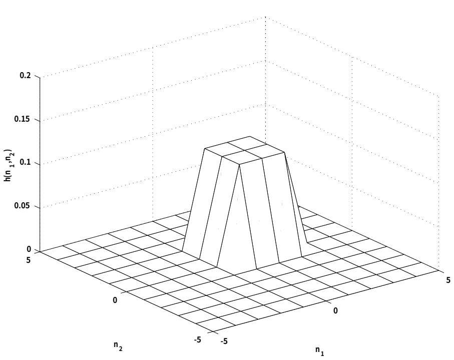


(b) 振幅特性

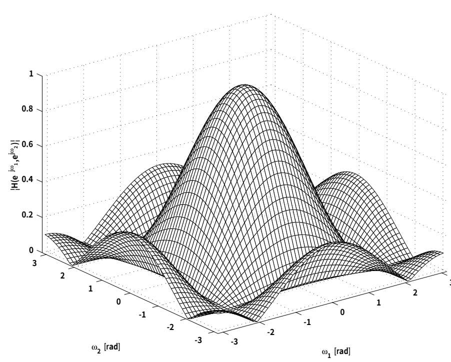
Fig.7: 低域通過フィルタの振幅特性

平滑化フィルタ

$$h(n_1, n_2) = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{15}$$



(a) 単位インパルス応答

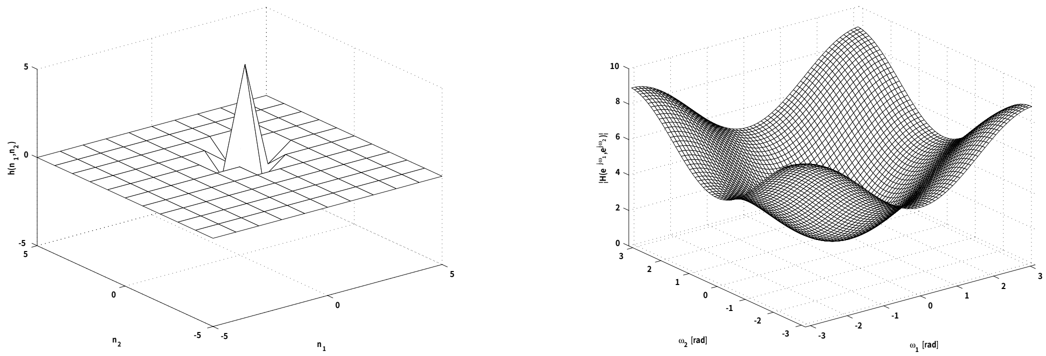


(b) 振幅特性

Fig.8: 平滑化フィルタの振幅特性

鮮鋭化フィルタ

$$h(n_1, n_2) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \tag{16}$$

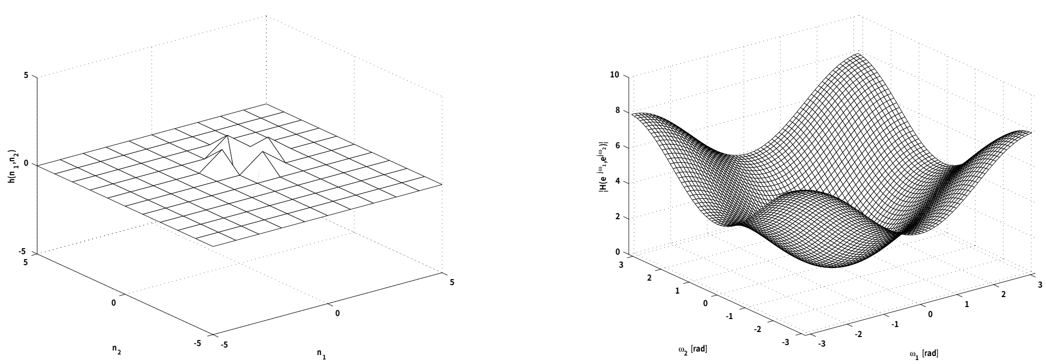


（a）単位インパルス応答　　（b）振幅特性

Fig.9: 高域強調フィルタの振幅特性

ラプラシアンフィルタ

$$h(n_1, n_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{17}$$



（a）単位インパルス応答　　（b）振幅特性

Fig.10: ラプラシアンフィルタの振幅特性

参考文献

[1]「MATLAB ハンドブック」
小林一行著　秀和システム　2000 年 4 月 10 日初版 4 刷発行
[2]「MATLAB 活用ブック」
小林一行著　秀和システム　2000 年 7 月 18 日初版 1 刷発行
[3]「MATLAB 対応ディジタル信号処理」
樋口龍雄 川又政征著　昭晃堂　2000 年 10 月 10 日初版 2 刷発行