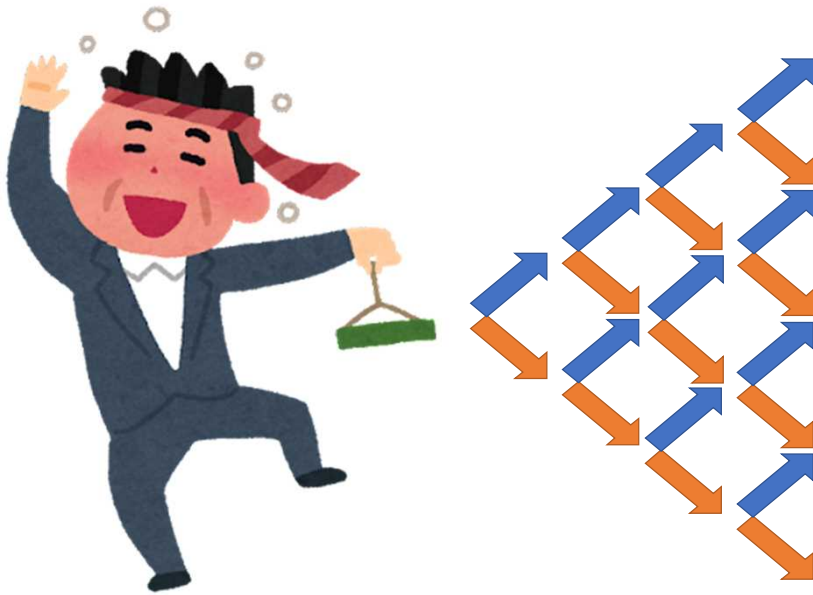
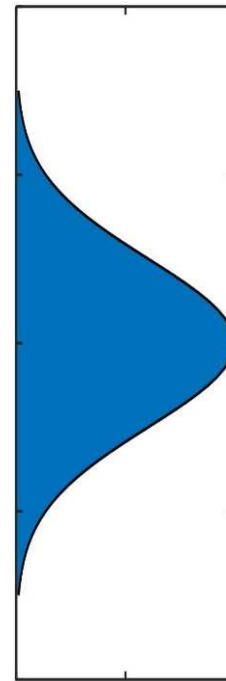


# 酔っ払いは何処へ行く 正規分布と拡散方程式



酔っ払いの  
らんだむ を一く

確率分布



$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

正規分布

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) = D \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t)$$

拡散方程式

# 酔っ払いは何処へ行くか？



左か右かの  
確率は  $1 / 2$

どちらへ行くかは  
全くの出鱈目（ランダム）



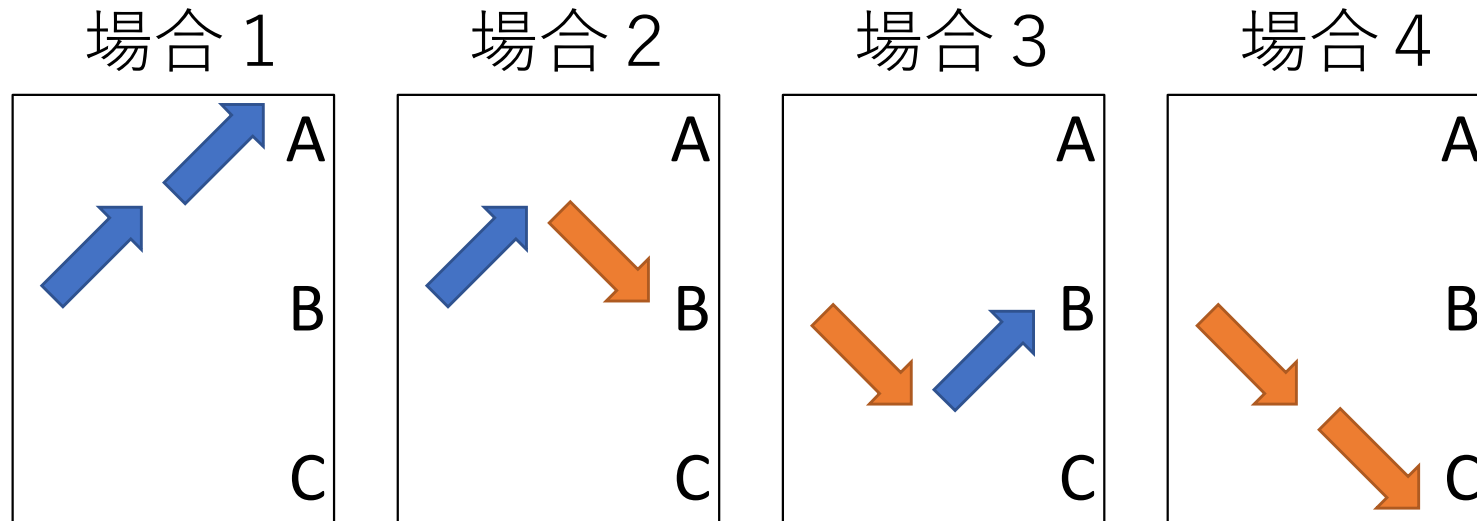
酔っ払いの  
らんだむ を一く

## 【問 1】

A,B,Cに辿り着く確率は？

|     | ア)   | イ)   | ウ)  |
|-----|------|------|-----|
| A地点 | 0.33 | 0.25 | 0.1 |
| B地点 | 0.33 | 0.5  | 0.8 |
| C地点 | 0.33 | 0.25 | 0.1 |

# 全ての組み合わせを列挙する



回数

A地点に辿り着く → **1**回  
B地点に辿り着く → **2**回  
C地点に辿り着く → **1**回



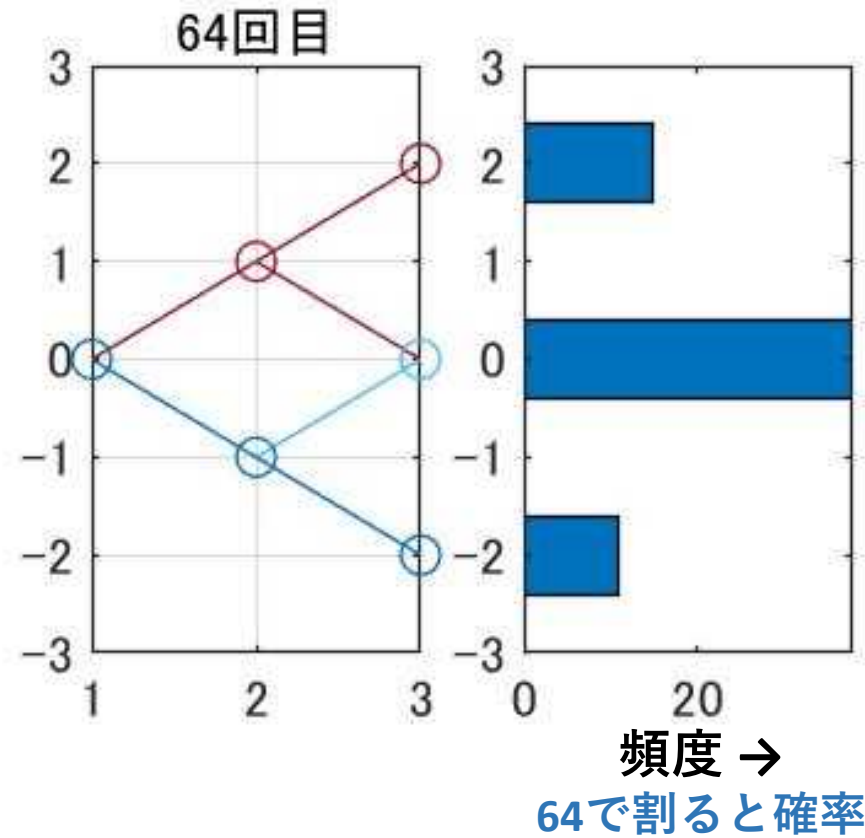
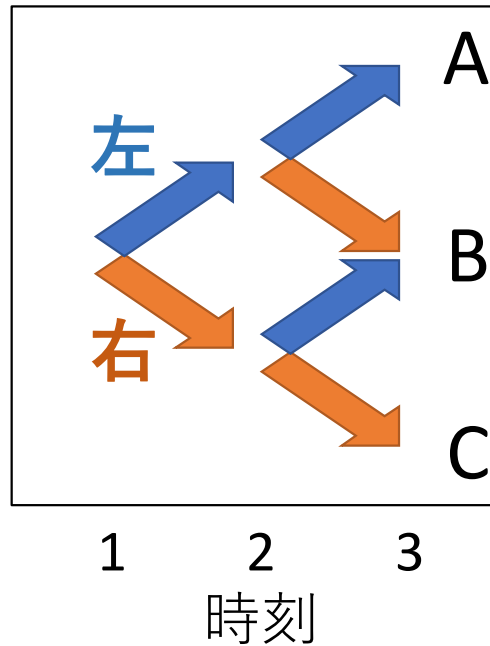
確率

A地点に辿り着く → **1/4**  
B地点に辿り着く → **1/2**  
C地点に辿り着く → **1/4**

計 4 回

総和は 1

# 実験の結果

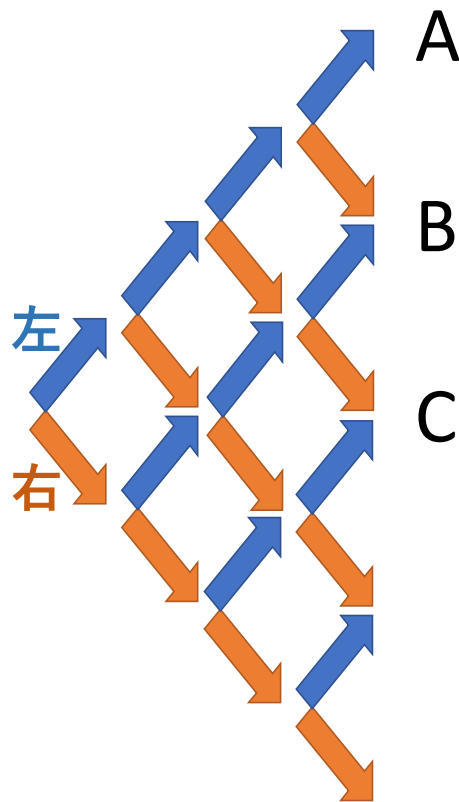


| 回数  | A    | B    | C    |
|-----|------|------|------|
| 32  | 0.13 | 0.63 | 0.25 |
| 64  | 0.17 | 0.59 | 0.23 |
| 128 | 0.28 | 0.48 | 0.23 |
| 256 | 0.26 | 0.50 | 0.24 |



← 各地点に辿り着く確率

# 酔っ払いは何処へ行くか？



←  $N = 4$  →

左の確率は  $p = 0.5$

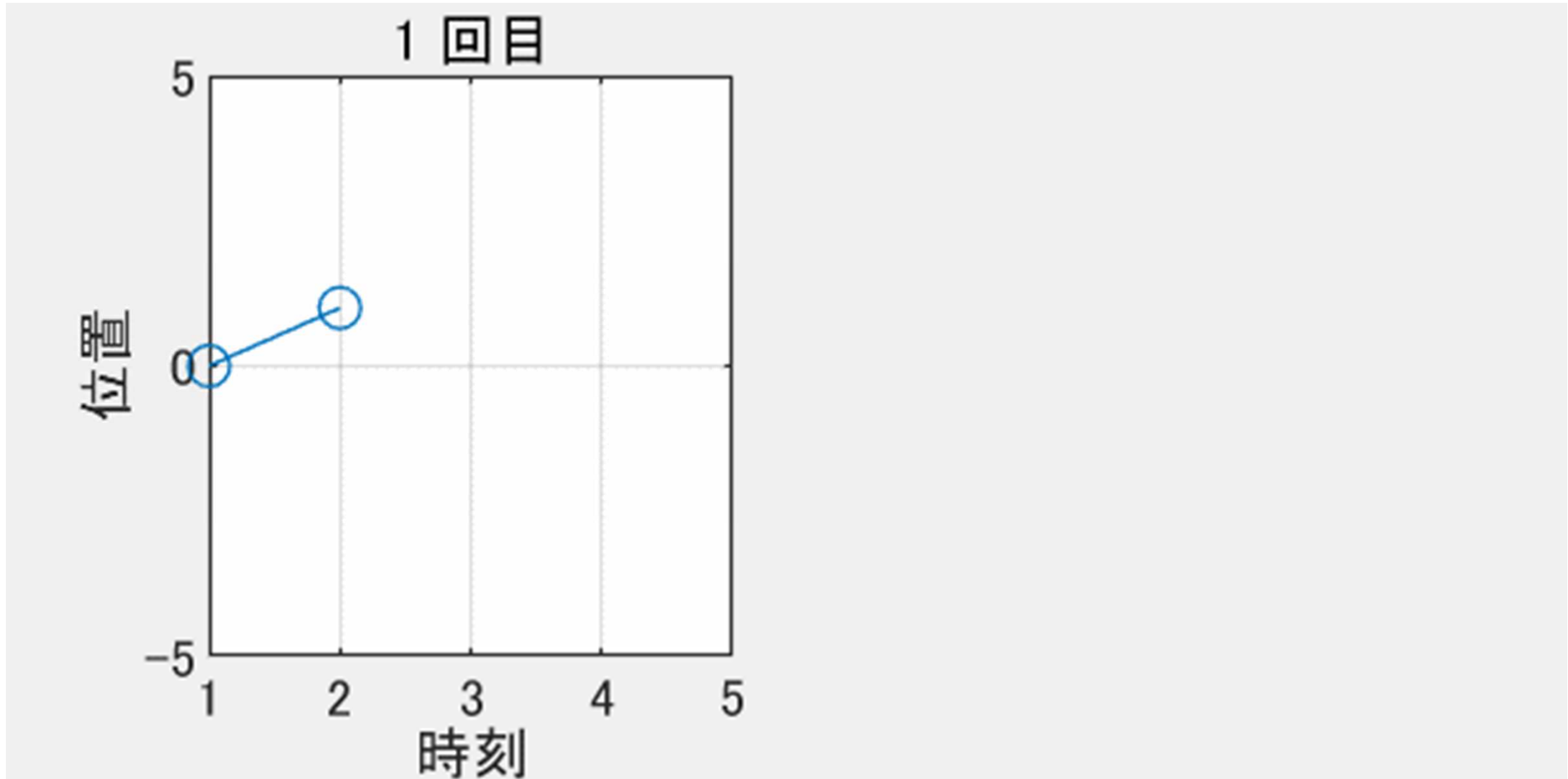
右の確率は  $1 - p$

【問 2】 A,B,Cに着く確率は？

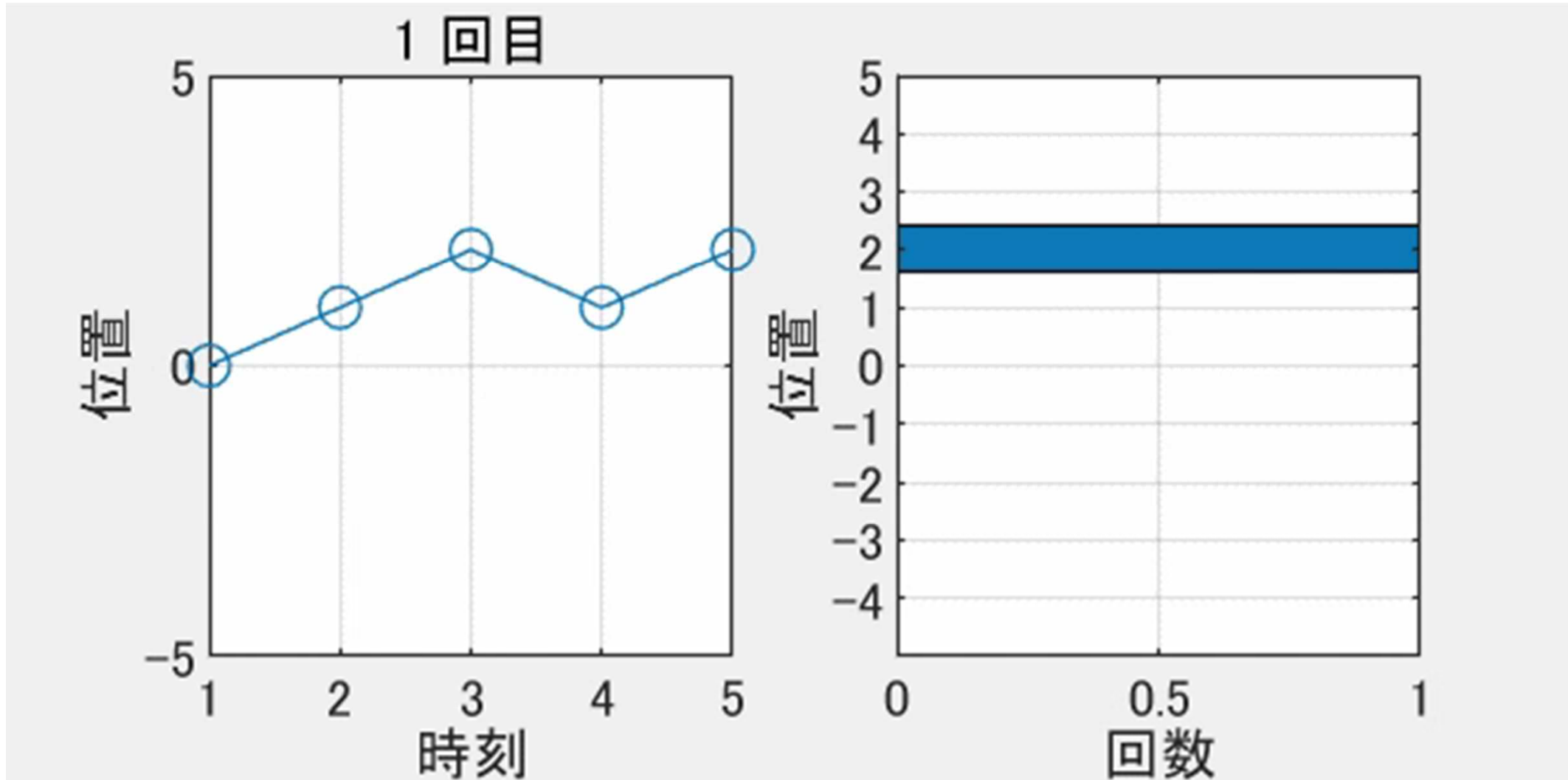
|     | ア)  | イ)   | ウ)   |
|-----|-----|------|------|
| A地点 | 0.1 | 0.05 | 0.05 |
| B地点 | 0.2 | 0.15 | 0.2  |
| C地点 | 0.4 | 0.6  | 0.5  |



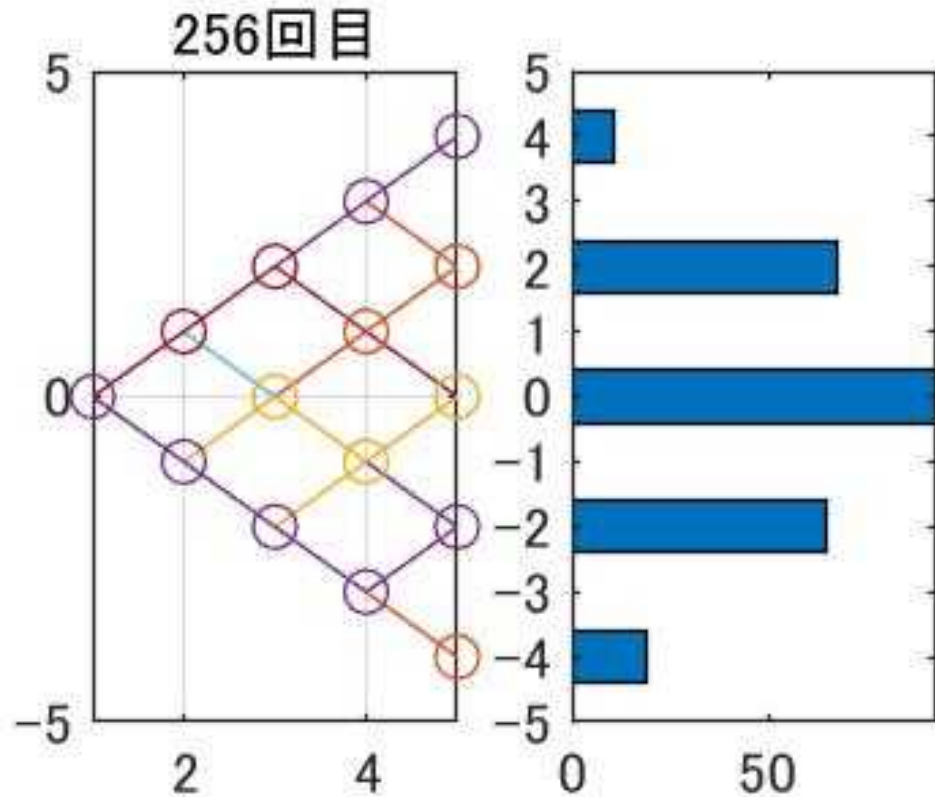
# 実験結果（試行 32回）



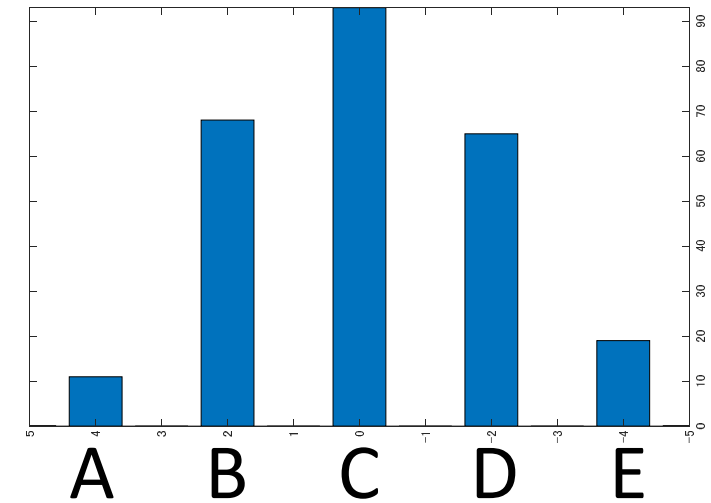
# 実験結果（試行 256回）



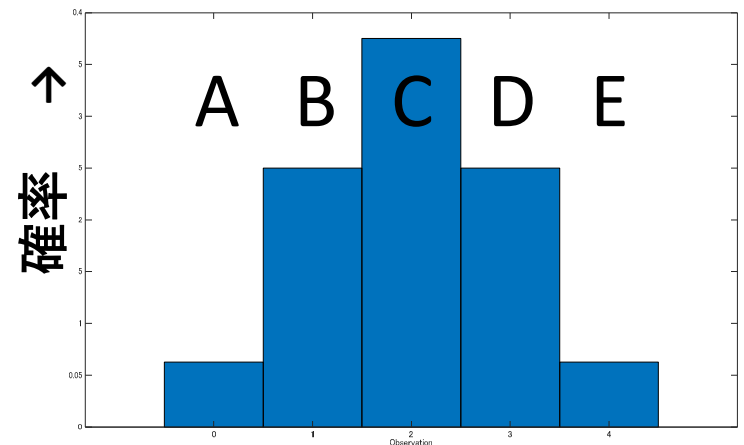
# 実験の結果



90度  
回転



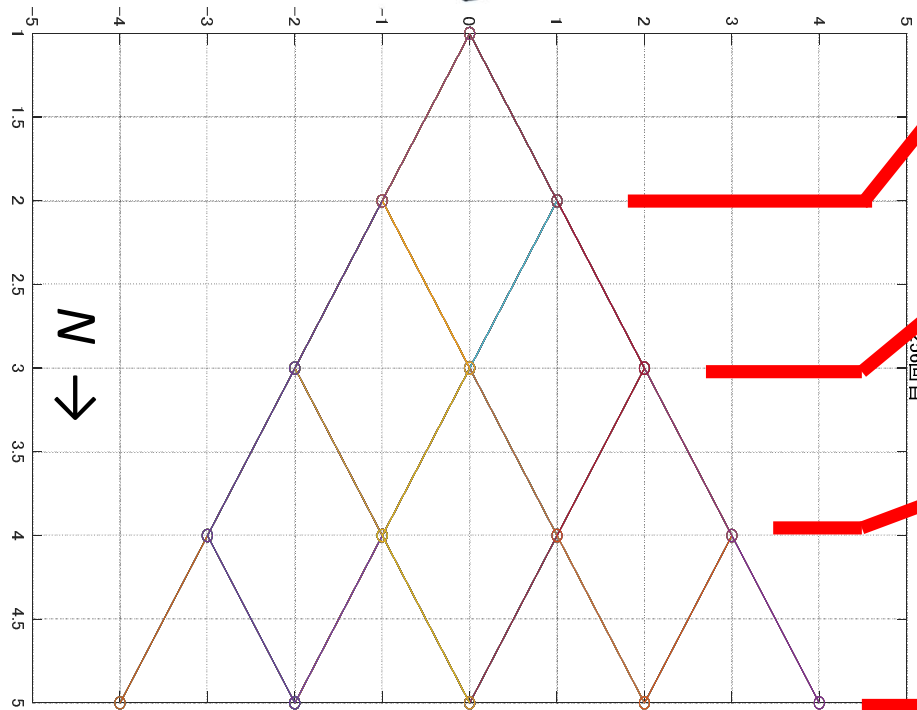
これが「**2項分布**」だ



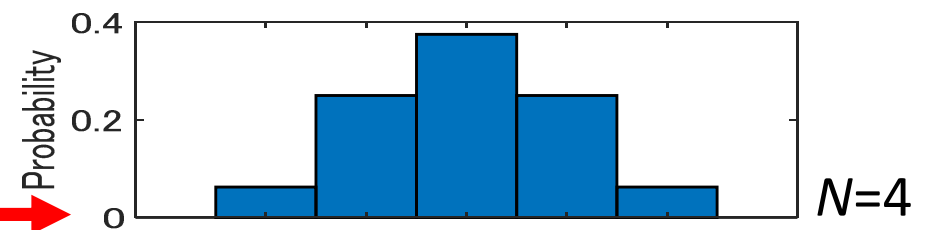
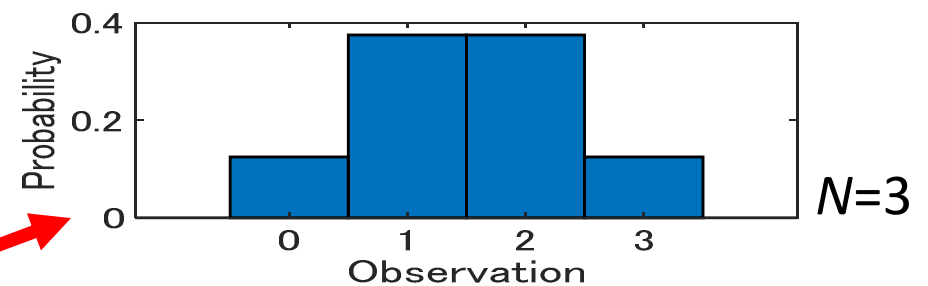
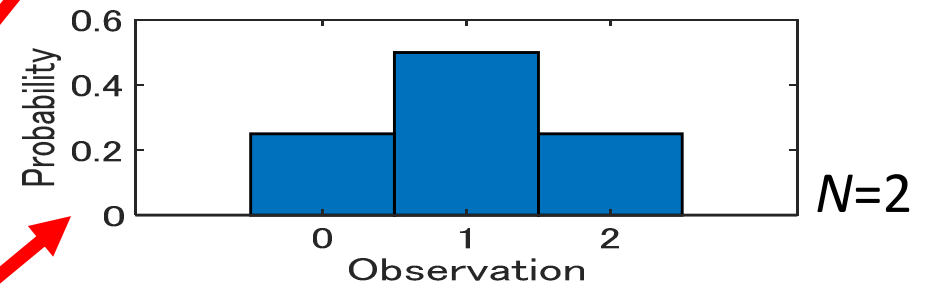
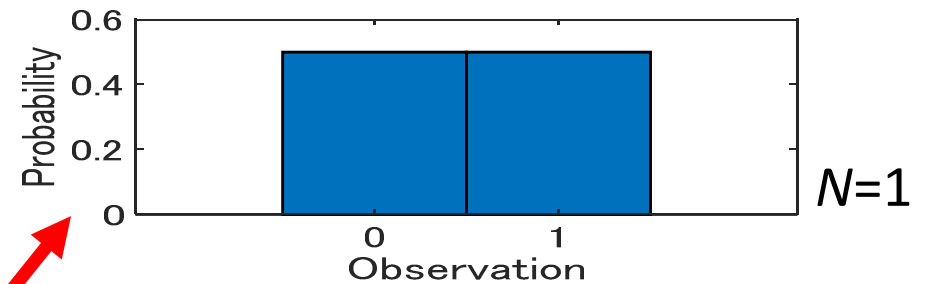
| 回数   | A    | B    | C    | D    | E    |
|------|------|------|------|------|------|
| 64   | 0.08 | 0.25 | 0.38 | 0.28 | 0.02 |
| 128  | 0.06 | 0.26 | 0.37 | 0.28 | 0.03 |
| 256  | 0.07 | 0.25 | 0.36 | 0.27 | 0.04 |
| 512  | 0.08 | 0.22 | 0.38 | 0.25 | 0.07 |
| 1024 | 0.06 | 0.22 | 0.38 | 0.25 | 0.07 |



# 二項分布



行先の候補地



行先の候補地

# 二項分布 と 正規分布

$$f(x) = \binom{N}{x} p^x (1-p)^{N-x}$$

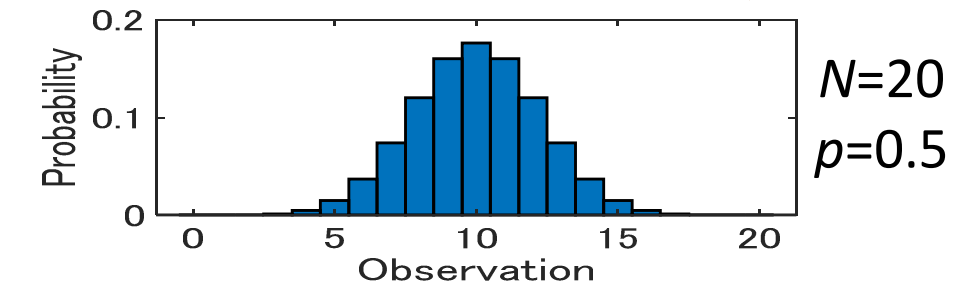
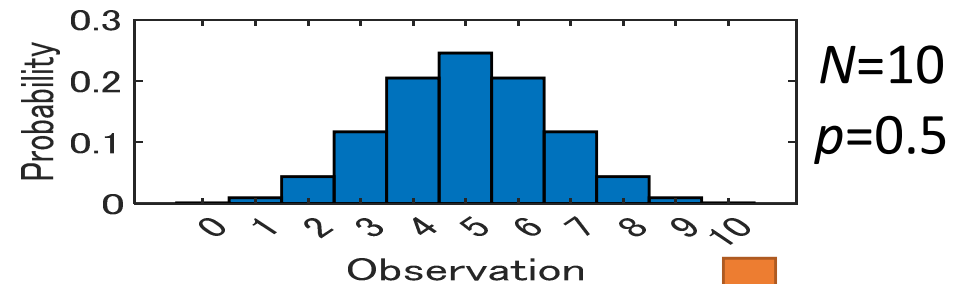
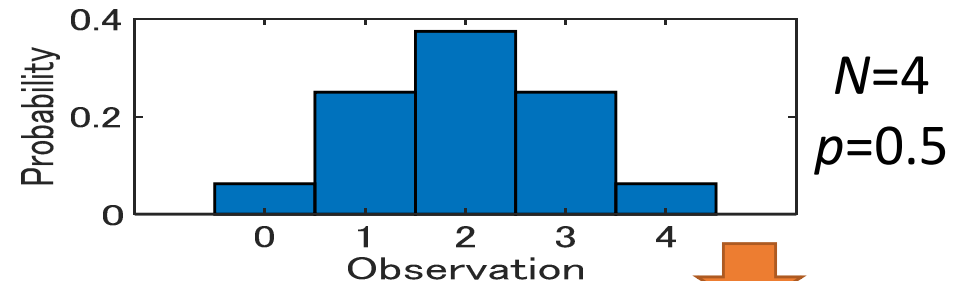
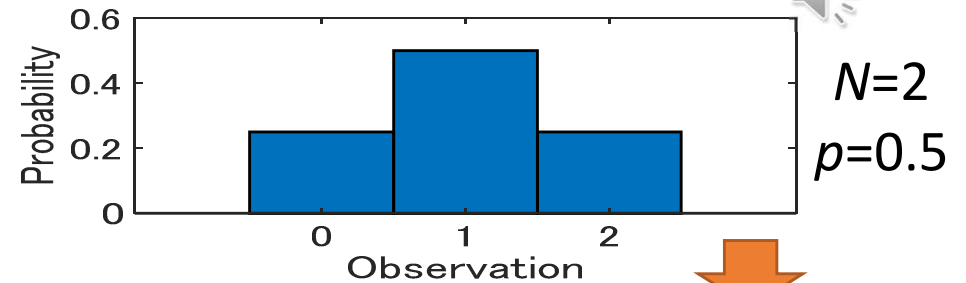
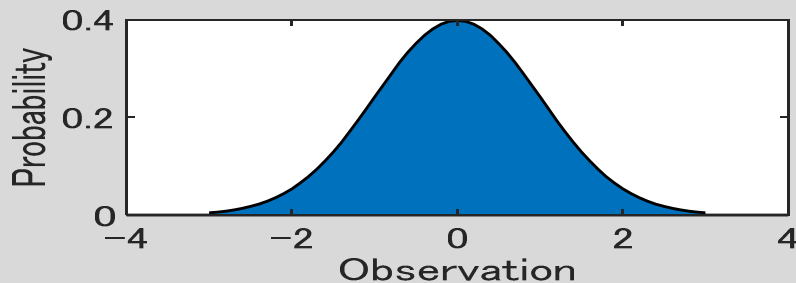
↑  
 $N!$   
 $x!(N-x)!$  平均:  $Np$   
分散:  $Np(1-p)$

## 二項分布

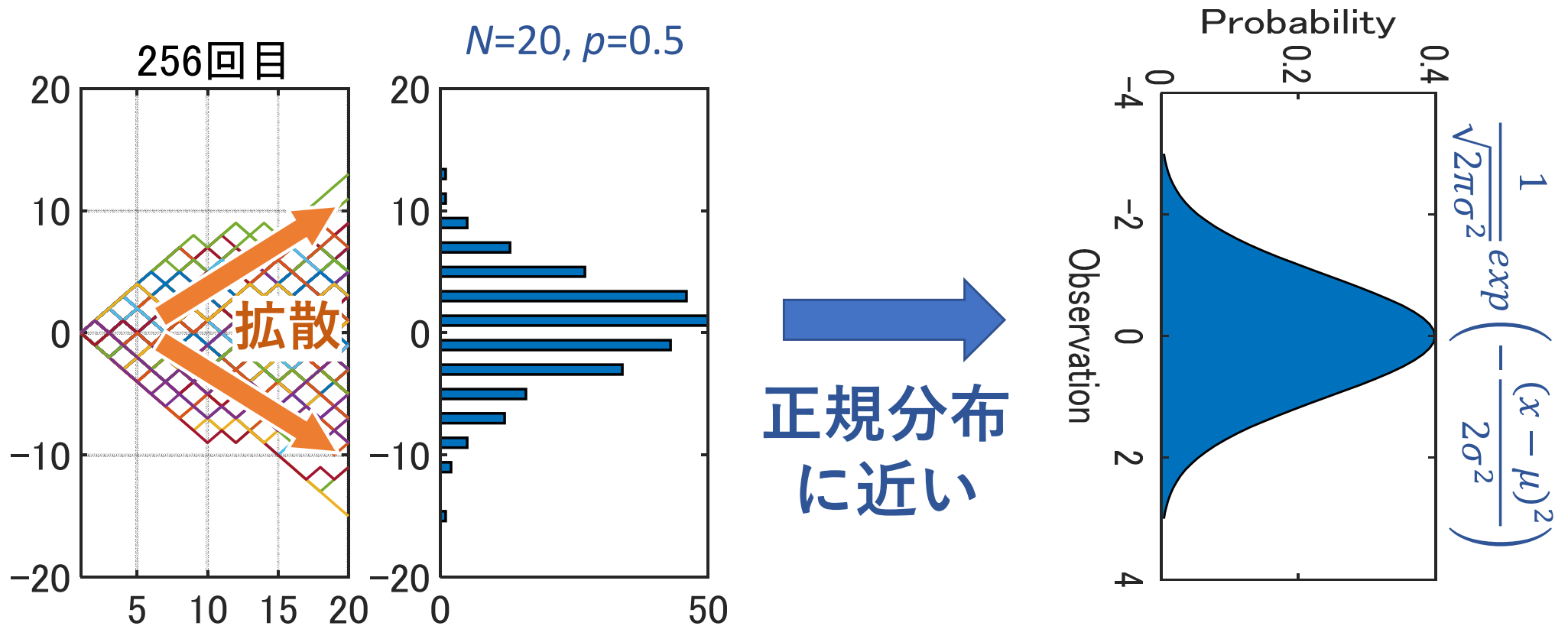
中心極限定理 ■ ■  $N \rightarrow \infty$  で同じ

## 正規分布

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$



# 拡散の結果は ほぼ 正規分布



何かが拡散すると正規分布となる  
花粉、煙、熱、インク、etc.

# 正規分布と拡散方程式



## 正規分布

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

とくに、時刻  $t$  に比例して  
分散  $\sigma^2$  が大きくなるとき

← 例えば  $\sigma^2 = t$



## 拡散方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, t) = D \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, t)$$

を満たす。

初版： 2022年7月

制作： 岩橋政宏

所属： 長岡技術科学大学