

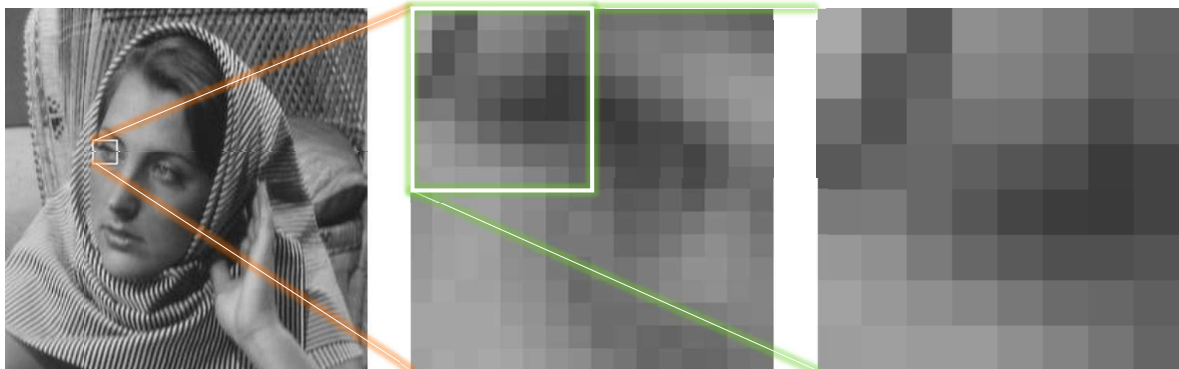
1. 画像の表現と統計量

1.1 輝度、彩度、色相、色空間

1.2 ヒストグラム、分散と歪度、ガウス分布

1.3 マルチスペクトル、HDR

1.1 輝度、彩度、色相、色空間



輝度は
整数 $\in [0, 255]$

0: 最も暗い (黒)
255: 最も明るい (白)

169	118	88	143	137	124	109	100
151	87	98	133	129	117	93	97
110	82	106	115	113	97	75	90
89	101	104	95	85	76	59	67
122	123	104	86	69	60	58	67
151	144	123	103	90	80	80	84
162	152	143	134	120	107	103	95
157	159	155	155	143	131	117	101

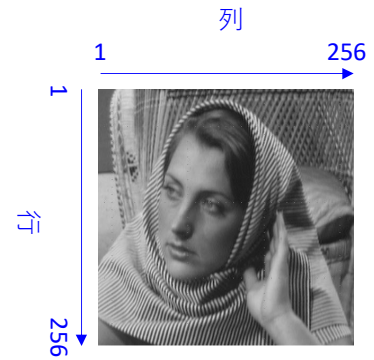
8×8 画素の輝度値

MATLAB program

```
I0=imread('barbara.bmp'); % 白黒画像を読み込む
imshow(I0); % 画像を表示する

L1=95; L2=65; % 切り出す領域の左上の座標
I1=I0(L1:L1+7, L2:L2+7); % 切り出した画像 (8x8画素)
I1 % 画素値を表示
; をつけないと値が表示される
```

```
I2=imresize(I2, 32, 'box'); % 縦と横ともに32倍に拡大
imshow(I2); % 画像を表示する
```



I0 : 256行256列の行列
符号なし8ビット整数
画素値は0~255の整数

169	118	88	143	137	124	109	100
151	87	98	133	129	117	93	97
110	82	106	115	113	97	75	90
89	101	104	95	85	76	59	67
122	123	104	86	69	60	58	67
151	144	123	103	90	80	80	84
162	152	143	134	120	107	103	95
157	159	155	155	143	131	117	101

I1 : 8行8列 (uint8)

1.1 輝度、彩度、色相、色空間



輝度を0.5倍に



原画像



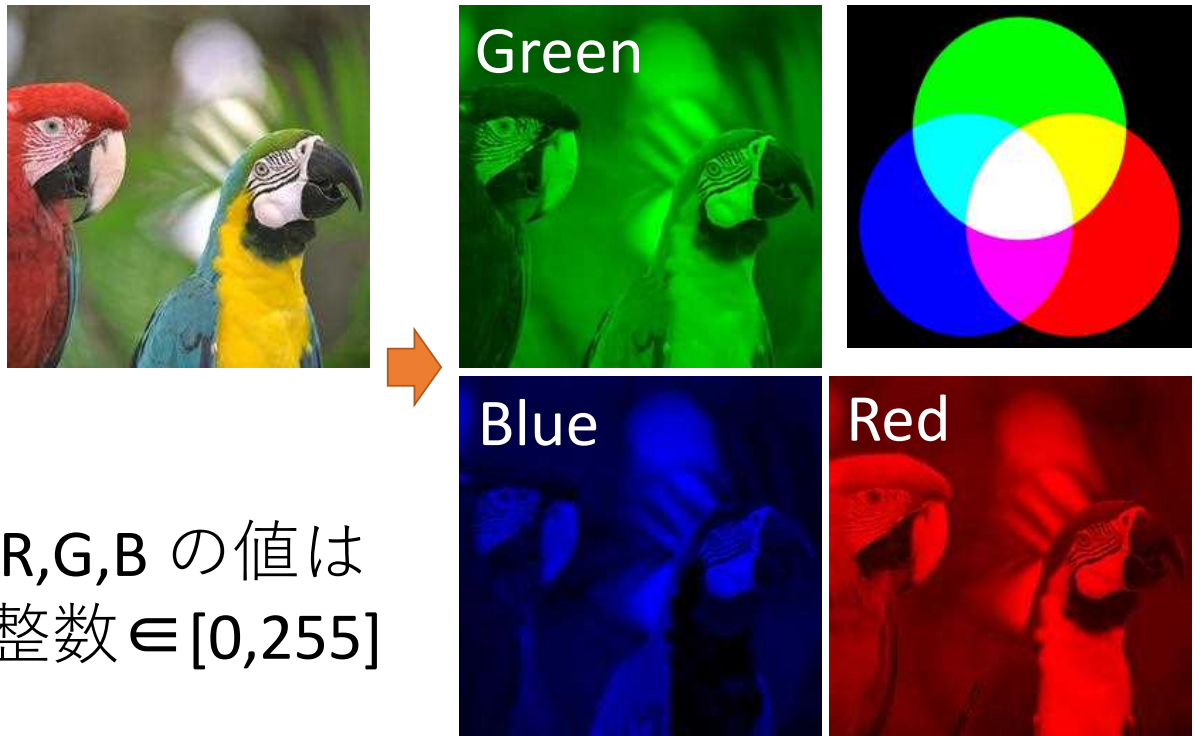
輝度を1.5倍に



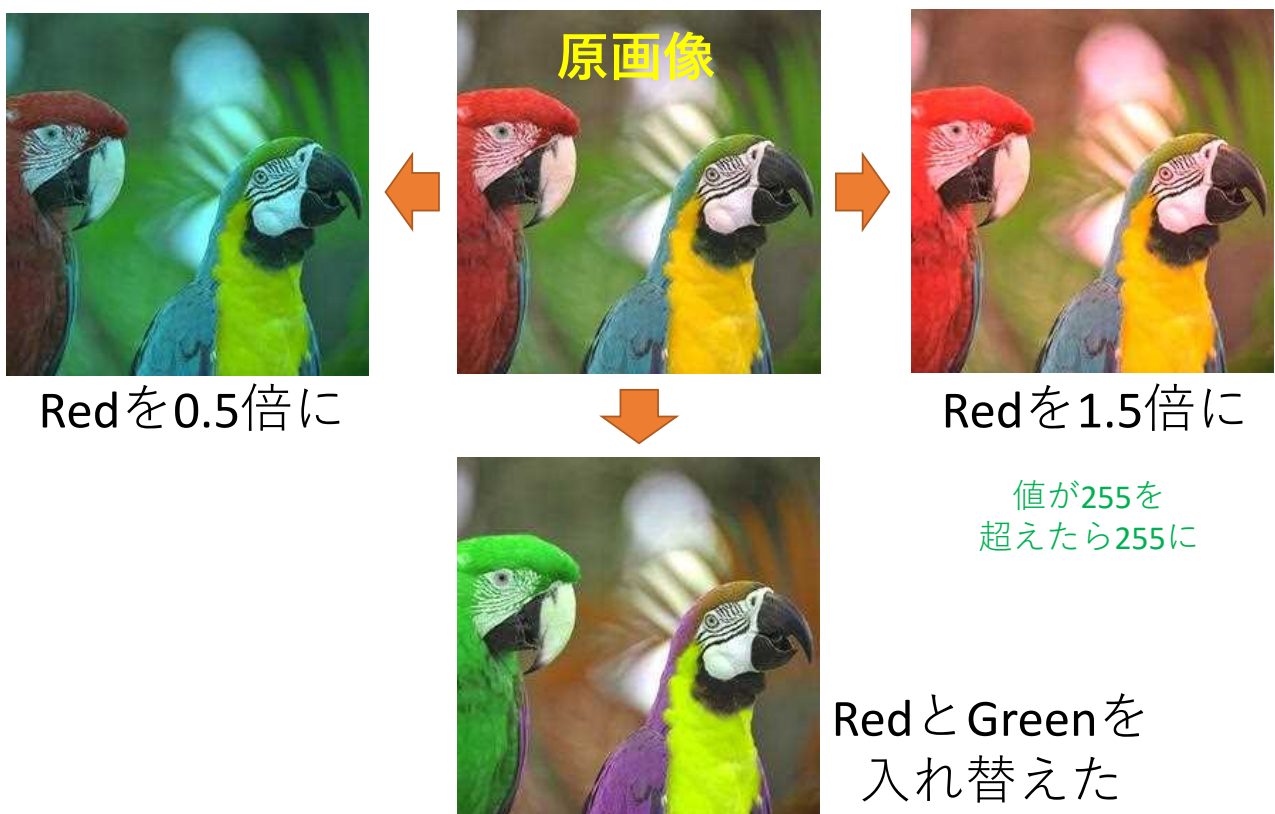
輝度値が255を
超えたら255に

255から原画像
の輝度を引いた

1.1 **輝度** (Red, Green, Blue それぞれの)



1.1 **輝度** (Red, Green, Blue それぞれの)



MATLAB program



Redを1.5倍に

```
I=imread('parrots.jpg');% カラー画像を読み込む  
% 画素値は0~255の整数 (符号なし8ビット整数: uint8)
```

```
I(:, :, 1)=I(:, :, 1)*1.5; % 赤を1.5倍  
I(:, :, 2)=I(:, :, 2); % 緑  
I(:, :, 3)=I(:, :, 3); % 青
```

```
imshow(I); % 画像を表示  
imwrite(I, 'image.jpg'); % 画像を書き込む
```

1.1 輝度、**彩度**、色相、色空間

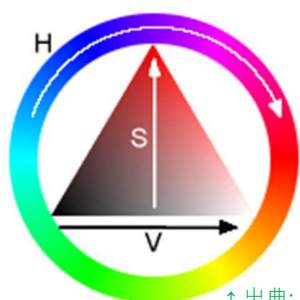
彩度を0.5倍



元の画像



彩度を2倍



彩度 (Saturation)
色相 (Hue)
明度 (Brightness)

値が255を
超えたら255に

1.1 輝度、彩度、色相、色空間

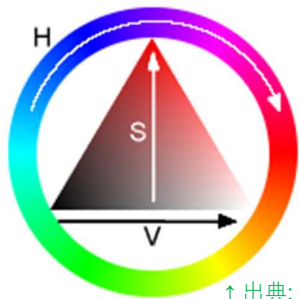
色相を -10°



元の画像



色相を $+10^\circ$



彩度 (Saturation)
色相 (Hue)
明度 (Brightness)

↑ 出典: フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』

$$\text{色相 } (^\circ) = \text{mod}(\text{値}, 360)$$

1.1 輝度、彩度、色相、色空間

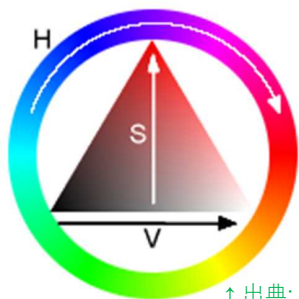
色相を -20°



元の画像



色相を $+20^\circ$



彩度 (Saturation)
色相 (Hue)
明度 (Brightness)

↑ 出典: フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』

$$\text{色相 } (^\circ) = \text{mod}(\text{値}, 360)$$

MATLAB program

```
clear all; close all; % 変数をクリア、Figを閉じる

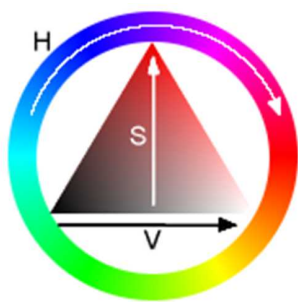
rgb0=imread('image.jpg'); % 赤緑青(RGB)を読み込む

hsv0=rgb2hsv(rgb0); % 色空間を変換する
[h, s, v]=imsplit(hsv0); % 色相、彩度、明度
d= +20; % 色相を+20度
h=mod(h-d/360, 1);

hsv1= cat(3, h, s, v);
rgb1= hsv2rgb(hsv1);
montage({rgb0, rgb1});
```



1.1 輝度、彩度、色相、色空間



↑
出典: フリー百科事典
『ウィキペディア
(Wikipedia)』

彩度 $S = Max - Min$

色相 $H = \frac{60(G - R)}{Max - Min} + 60, \quad Min = B$

明度 $V = Max$

B が最小の場合

HSV色空間



それ以外の場合

各画素について、
 $Max = \max\{R, G, B\}$
 $Min = \min\{R, G, B\}$

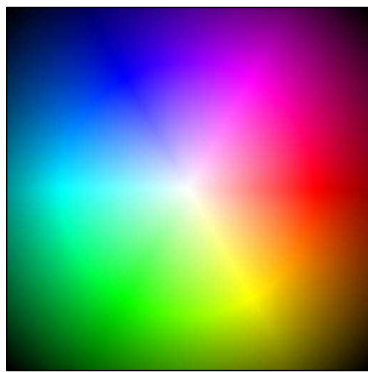
$H = \frac{60(B - G)}{Max - Min} + 180, \quad Min = R$

$H = \frac{60(R - B)}{Max - Min} + 300, \quad Min = G$

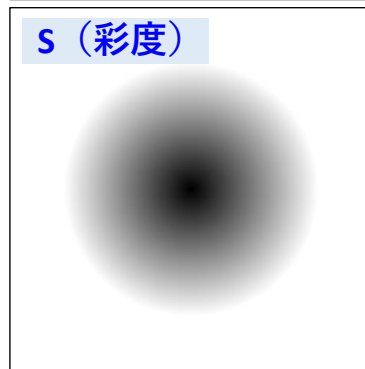
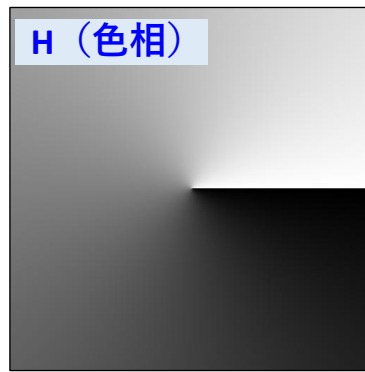
H を $0 \sim 360^\circ$ で表している

1.1 輝度、彩度、色相、色空間

HSV色空間

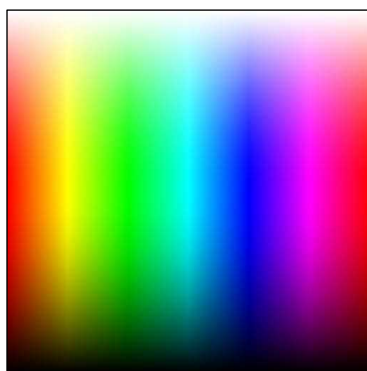


色相 (Hue) は
0~360° を
0~255 にスケーリ
ングして表示した



1.1 輝度、彩度、色相、色空間

HSV色空間

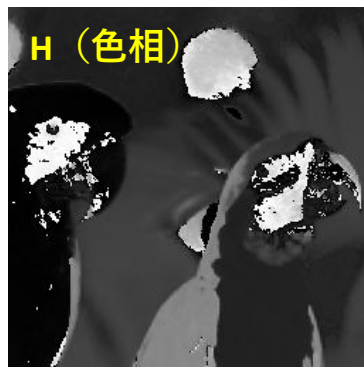


色相 (Hue) は
0~360° を
0~255 にスケーリ
ングして表示した



1.1 輝度、彩度、色相、色空間

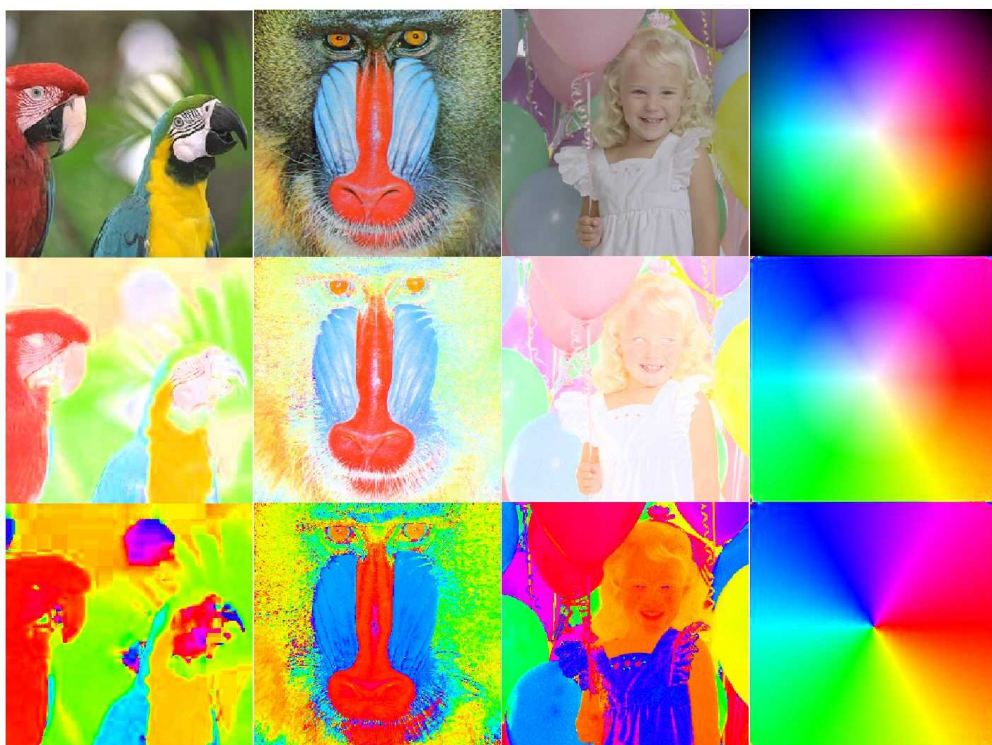
HSV色空間



色相 (Hue) は
0~360° を
0~255 にスケーリ
ングして表示した

1.1 輝度、彩度、色相、色空間

HSV色空間



←
元の画像

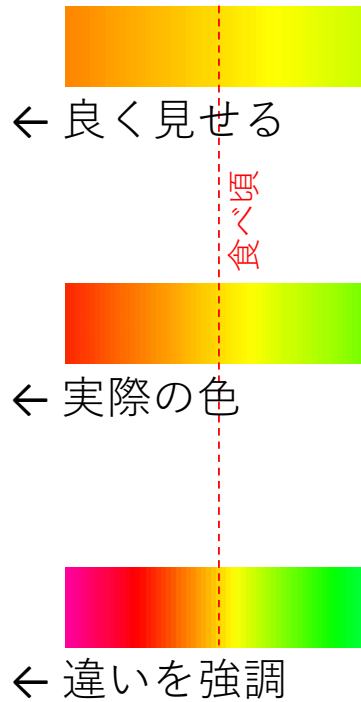
←
輝度(v)を
1にした

←
輝度(v)と
彩度(s)を
1にした

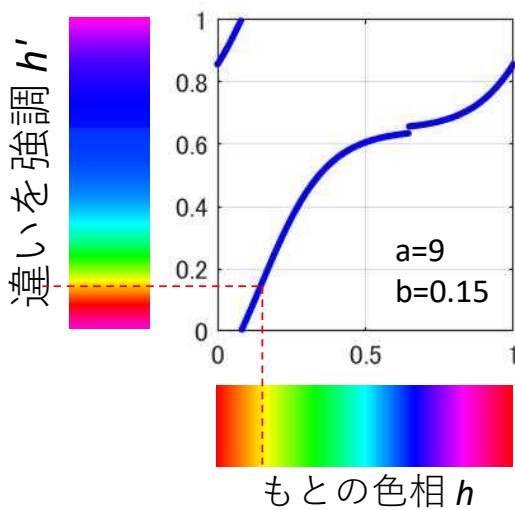
色相の違いを強調 or 軽減する



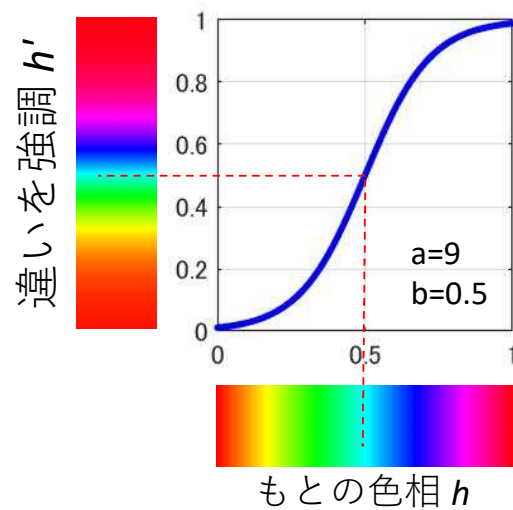
画像出典：
freepik.com



例 1
色相 $h=0.15$ 近辺の
違いを強調



例 2
色相 $h=0.50$ 近辺の
違いを強調

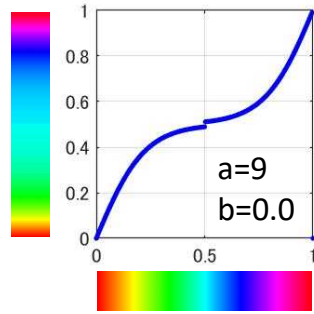
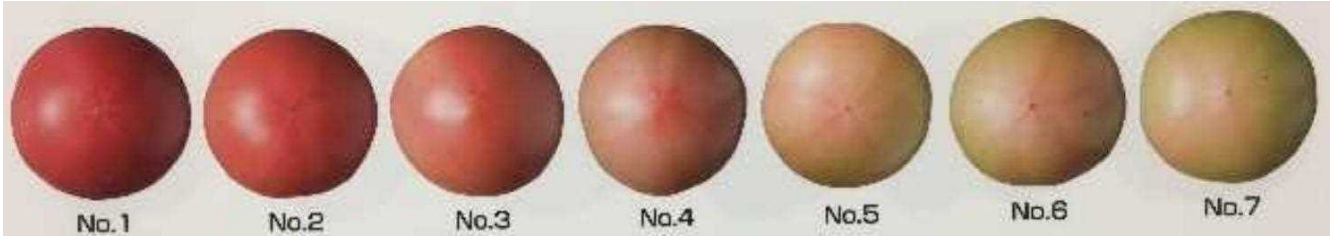


$$h' = \frac{1}{1 + \exp(-a(h - b + c))} + b - 0.5 \pmod{1}$$

$h > b + 0.5$ のとき $c = -1$
 $h < b - 0.5$ のとき $c = +1$
 上記以外は $c = 0$

色相の違いを強調する

画像出典；千葉県、トマトのカラーチャート



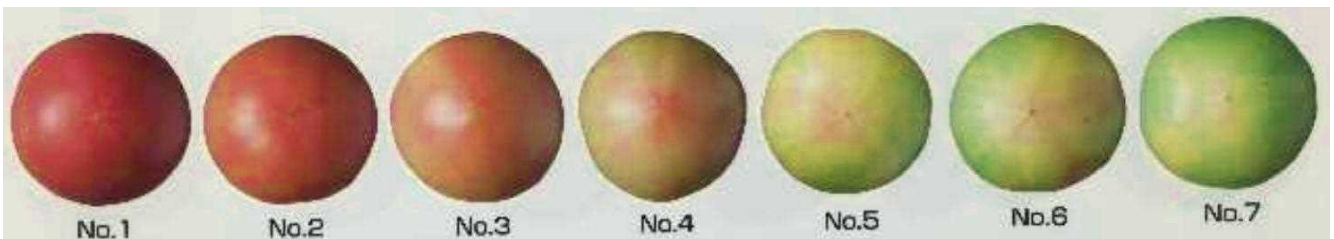
入力画像



出力画像

↓ 赤色はそのまま

黄は緑へ →



1.1 輝度、彩度、色相、色空間

$L^*a^*b^*$ 色空間

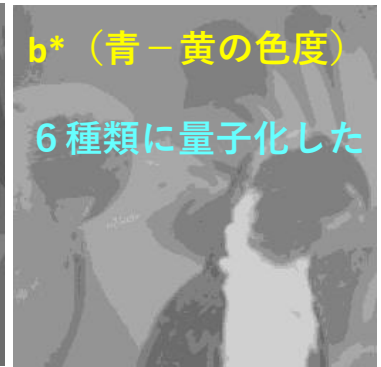
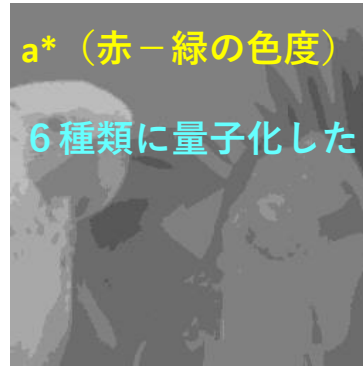
CIELAB or
CIE $L^*a^*b^*$



1.1 輝度、彩度、色相、色空間

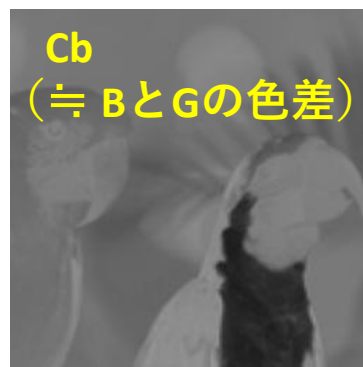
L*a*b*色空間

CIELAB or
CIE L*a*b*



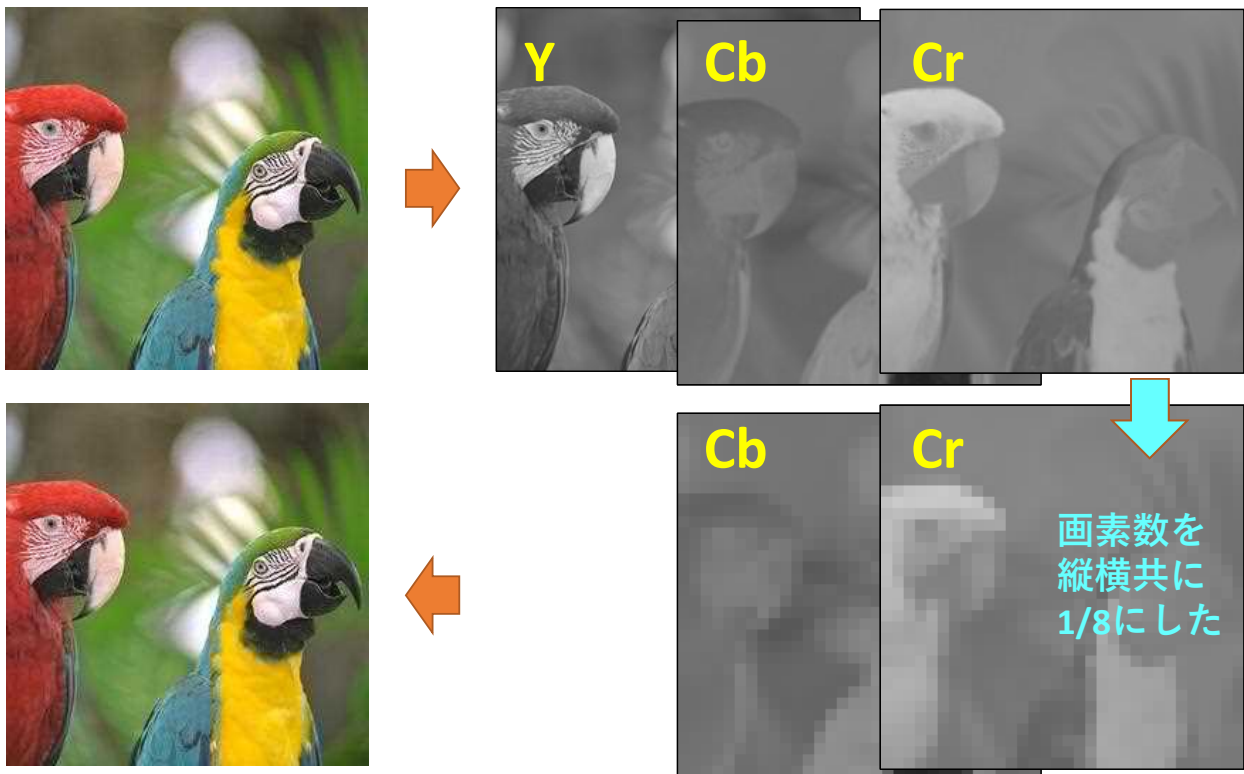
1.1 輝度、彩度、色相、色空間

Y Cb Cr色空間



1.1 輝度、彩度、色相、色空間

Y Cb Cr色空間



1.1 輝度、彩度、色相、色空間

Y Cb Cr色空間

YUV (PAL, SECAM)

$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2999 & 0.587 & 0.114 \\ -0.14713 & -0.28886 & 0.436 \\ 0.615 & -0.51499 & -0.10001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} \begin{matrix} 1.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{matrix}$$

各行の和

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9991 & 0.0000 & 1.1388 \\ 0.9991 & -0.3946 & -0.5816 \\ 0.9991 & 2.0321 & -0.0010 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix}$$

ITU-R BT.601 / ITU-R BT.709

$$\begin{bmatrix} Y \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2999 & 0.587 & 0.114 \\ -0.168736 & -0.331264 & 0.5 \\ 0.5 & -0.418688 & -0.081312 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

輝度
BとGの色差 ≙ (B-G)/2
RとGの色差 ≙ (R-G)/2

様々な記録フォーマット

- 4:4:4 画素を間引かず全て記録する。最も高画質。
- 4:2:2 Y, Cb, Crの画素を4:2:2の割合で記録。
- 4:1:1 輝度4画素に対して色差1画素を記録。
- 4:2:0 DVDなどMPEG圧縮のフォーマット。輝度2画素に対して色差1画素。
奇数番目の走査線はCb、偶数番目の走査線はCrのみを記録

様々な色空間（MATLABの場合）

Color Space Conversion

<code>rgb2lab</code>	RGB を CIE 1976 L*a*b* に変換
<code>rgb2ntsc</code>	RGB の色の値を NTSC 色空間に変換
<code>rgb2xyz</code>	RGB を CIE 1931 XYZ に変換
<code>rgb2ycbcr</code>	RGB の色の値を YCbCr 色空間に変換
<code>rgbwide2ycbcr</code>	広色域 RGB カラー値を YCbCr カラー値に変換
<code>rgbwide2xyz</code>	広色域 RGB カラー値を CIE 1931 XYZ カラー値に変換
<code>lab2rgb</code>	CIE 1976 L*a*b* を RGB に変換
<code>lab2xyz</code>	CIE 1976 L*a*b* を CIE 1931 XYZ に変換
<code>ntsc2rgb</code>	NTSC 値を RGB 色空間に変換
<code>xyz2lab</code>	CIE 1931 XYZ を CIE 1976 L*a*b* に変換
<code>xyz2rgb</code>	CIE 1931 XYZ を RGB に変換
<code>xyz2rgbwide</code>	CIE 1931 XYZ カラー値を広色域 RGB カラー値に変換
<code>ycbcr2rgb</code>	YCbCr の色の値を RGB 色空間に変換
<code>ycbcr2rgbwide</code>	YCbCr カラー値を広色域 RGB カラー値に変換
<code>colorcloud</code>	指定された色空間で 3 次元の色域を点群で表示

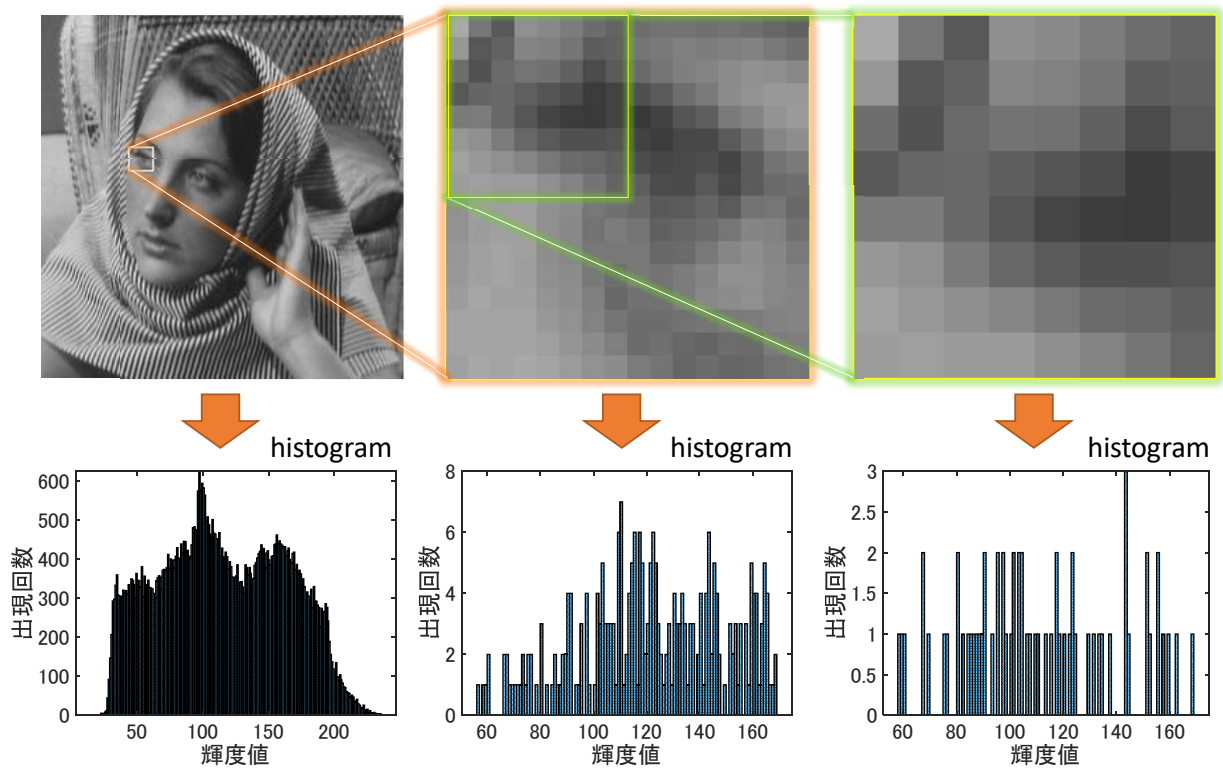
1. 画像の表現と統計量

1.1 輝度、彩度、色相、色空間

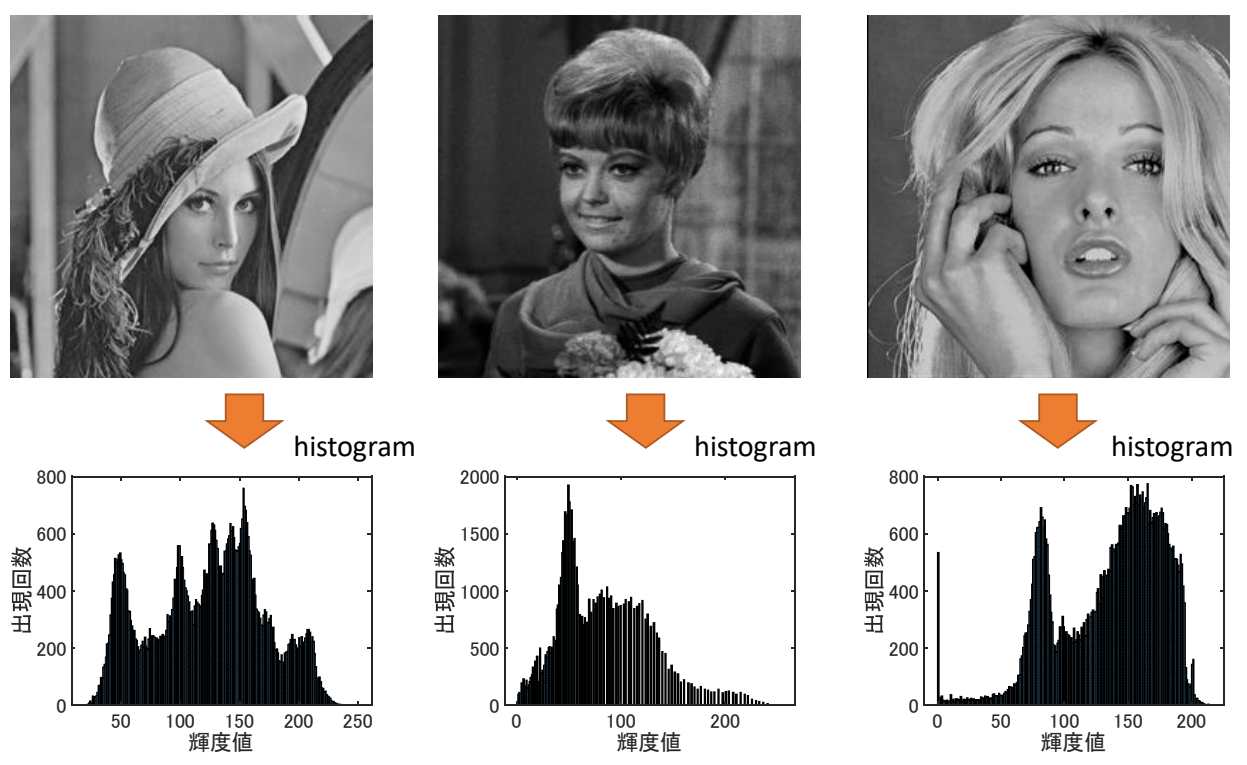
1.2 ヒストグラム、分散と歪度、ガウス分布

1.3 マルチスペクトル、HDR

1.2 ヒストグラム、分散と歪度



1.2 ヒストグラム、分散と歪度



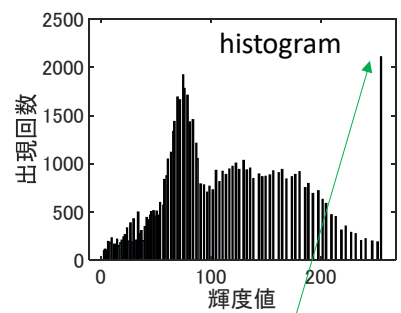
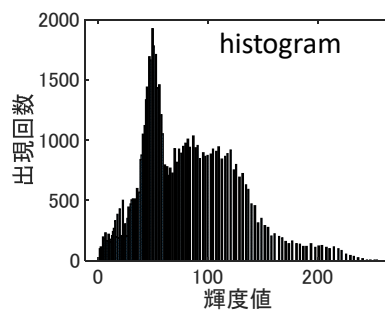
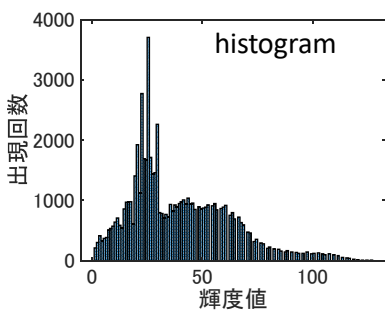
1.2 ヒストグラム、分散と歪度



輝度を0.5倍に



輝度を1.5倍に

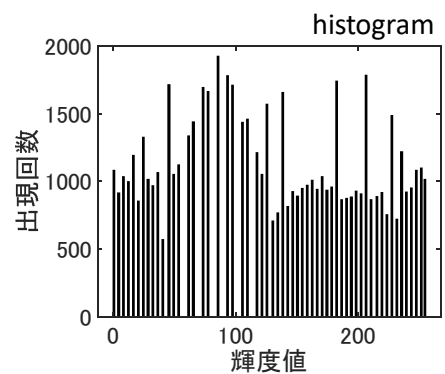
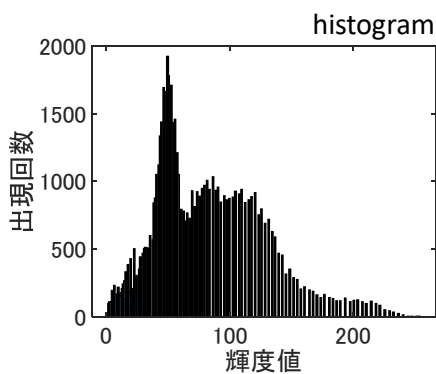


1.2 ヒストグラム、分散と歪度

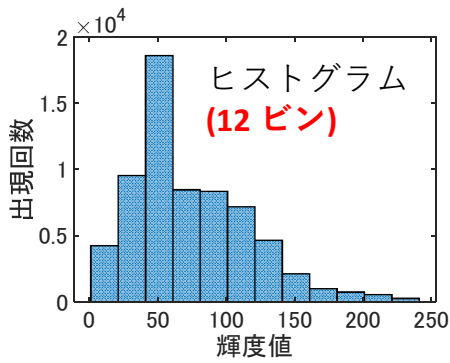


ヒストグラム
均等化
histogram
equalization

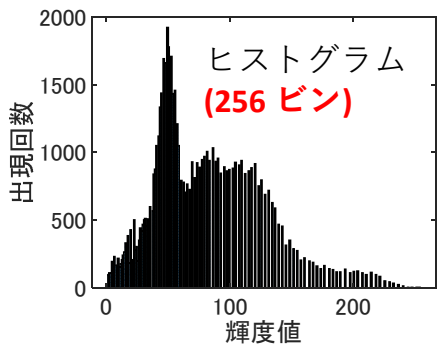
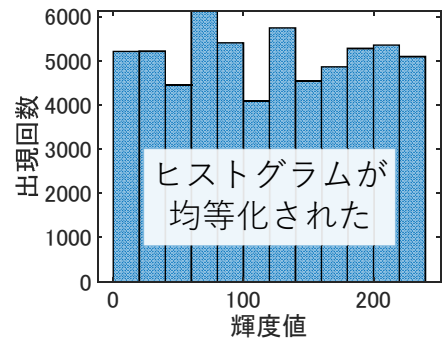
MATLAB: histeq(X)



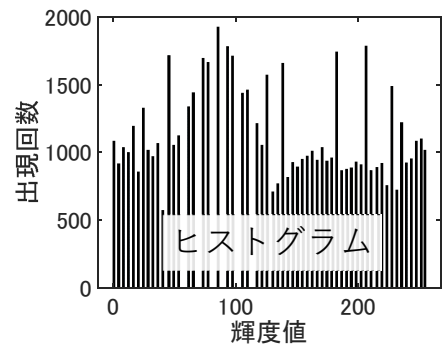
1.2 ヒストグラム、分散と歪度



ヒストグラム均等化



ヒストグラム均等化

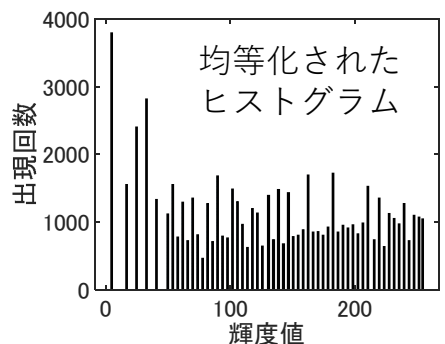
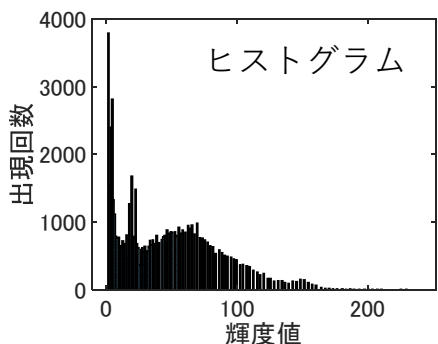


1.2 ヒストグラム、分散と歪度

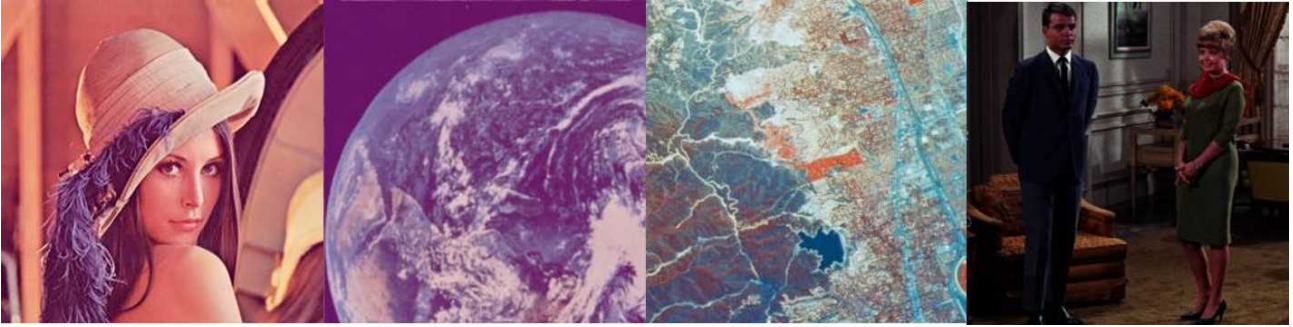


ヒストグラム均等化
histogram equalization

MATLAB: histeq(X)

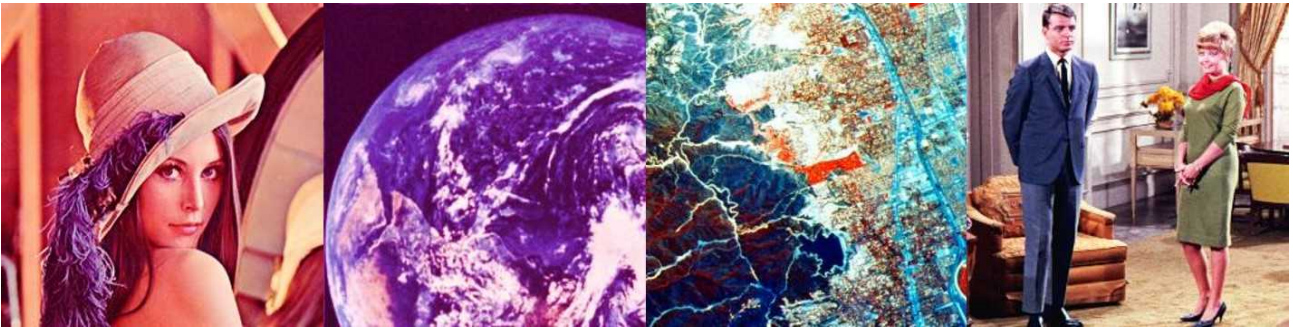


ヒストグラム均等化



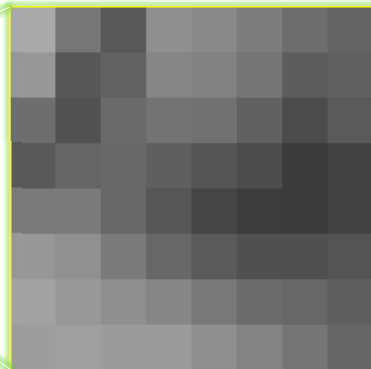
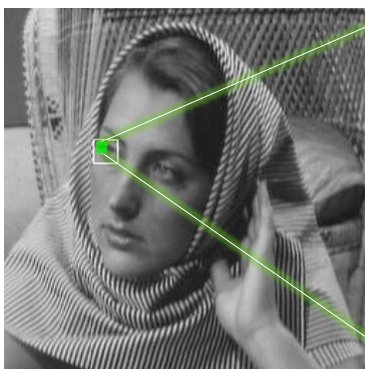
↑ 元の画像

↓ ヒストグラム均等化 (histeq) の適用後



MATLAB: histeq(X)

1.2 ヒストグラム、分散と歪度



平均 $\mu = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$

分散 $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \mu)^2$

MATLAB: var(X,1)

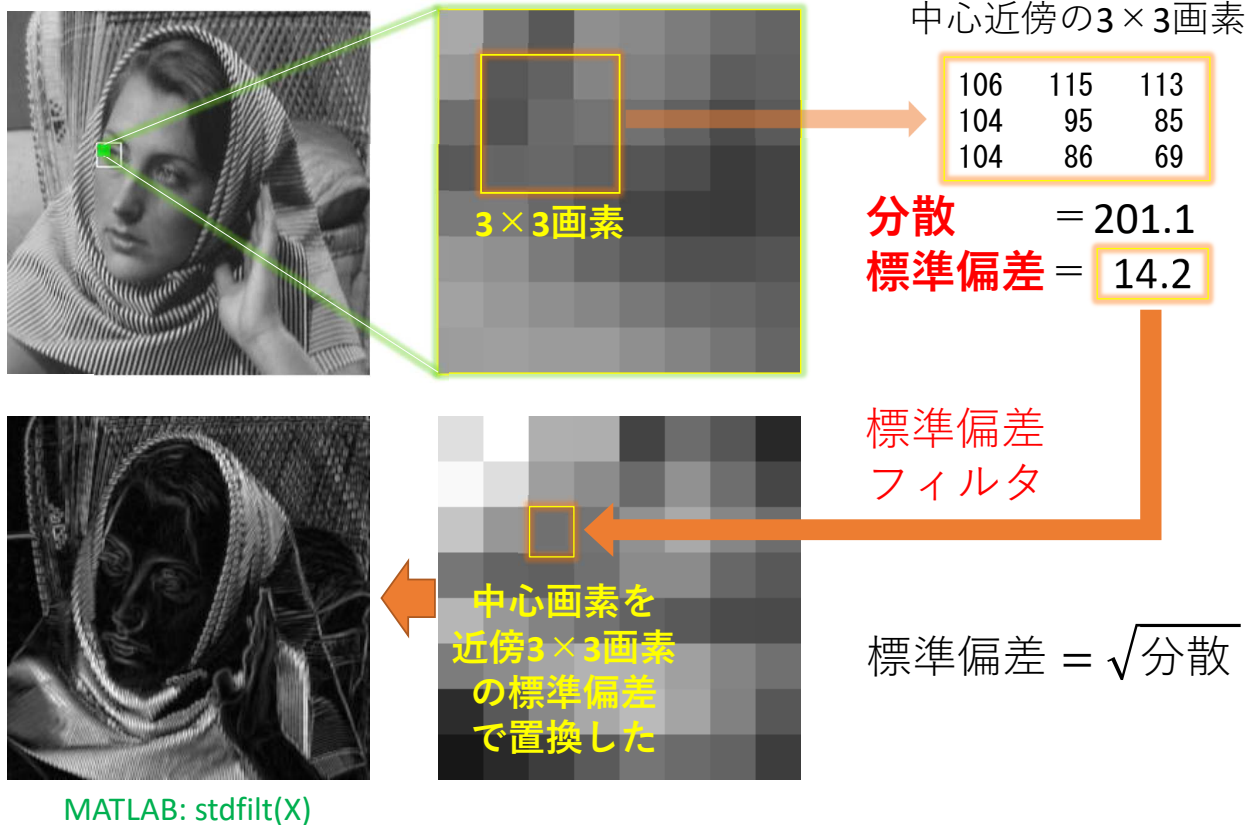
平均 = 109.9
分散 = 824.8

169	118	88	143	137	124	109	100
151	87	98	133	129	117	93	97
110	82	106	115	113	97	75	90
89	101	104	95	85	76	59	67
122	123	104	86	69	60	58	67
151	144	123	103	90	80	80	84
162	152	143	134	120	107	103	95
157	159	155	155	143	131	117	101

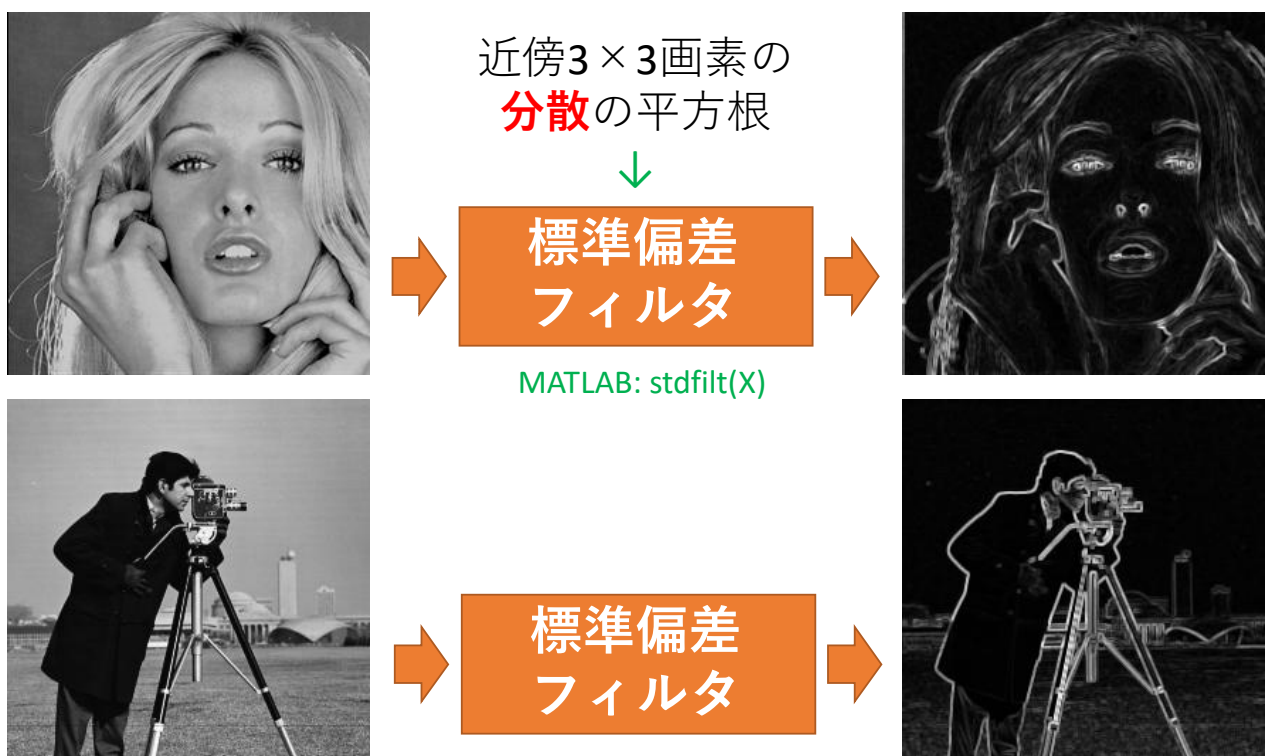
106	115	113
104	95	85
104	86	69

平均 = 97.4
分散 = 201.1

1.2 ヒストグラム、分散と歪度



1.2 ヒストグラム、分散と歪度



1.2 ヒストグラム、分散と歪度



近傍3×3画素の

歪度



歪度
フィルタ



MATLAB:
skewness(X,flag)

平均

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

分散

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - \mu)^2$$

歪度

$$s = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{x_n - \mu}{\sigma} \right)^3$$

flag = 0 では $\frac{\sqrt{N(N-1)}}{N-2}$ 倍して補正する

1.2 ヒストグラム、分散と歪度



近傍3×3画素の

歪度



歪度
フィルタ



MATLAB: skewness(X)



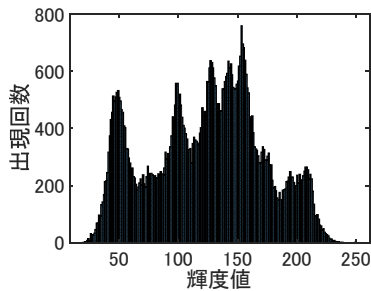
歪度
フィルタ



1.2 ヒストグラム、分散と歪度、ガウス分布



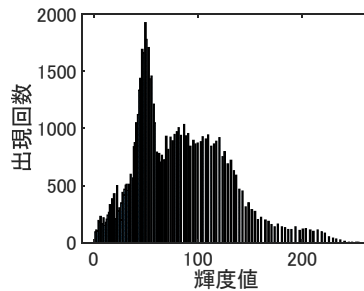
256×256画素の
ヒストグラム ↓



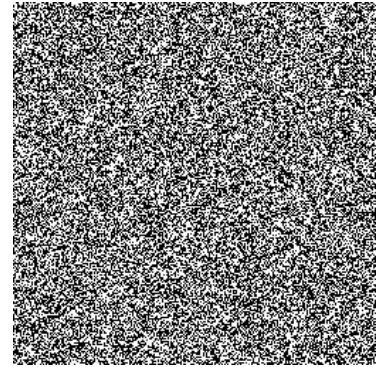
歪度=0.10



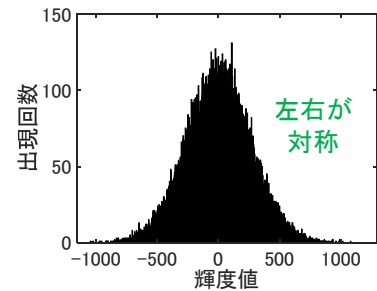
256×256画素の
ヒストグラム ↓



歪度=0.12



ヒストグラムが
ガウス分布 ↓



歪度=0.00

1.3 その他～

エントロピー・フィルタ



↑
近傍9×9画素の
エントロピー

$$H = - \sum_n p_n \log_2 p_n$$

p_n は値 n の出現確率

1.3 その他～

エントロピー・フィルタ



MATLAB: `entropyfilt(X);`

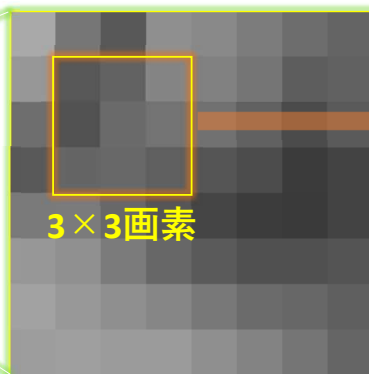
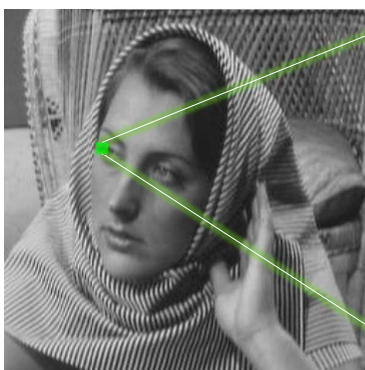


近傍9×9画素の
エントロピー



1.3 その他～

平均値フィルタ

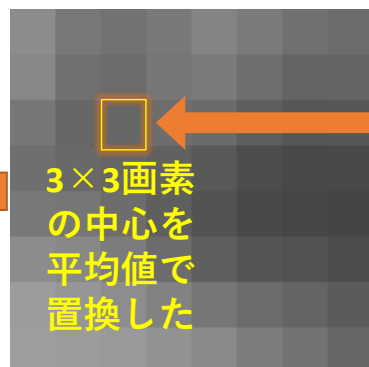


95の近傍3×3画素

106	115	113
104	95	85
104	86	69

平均 = 97.4

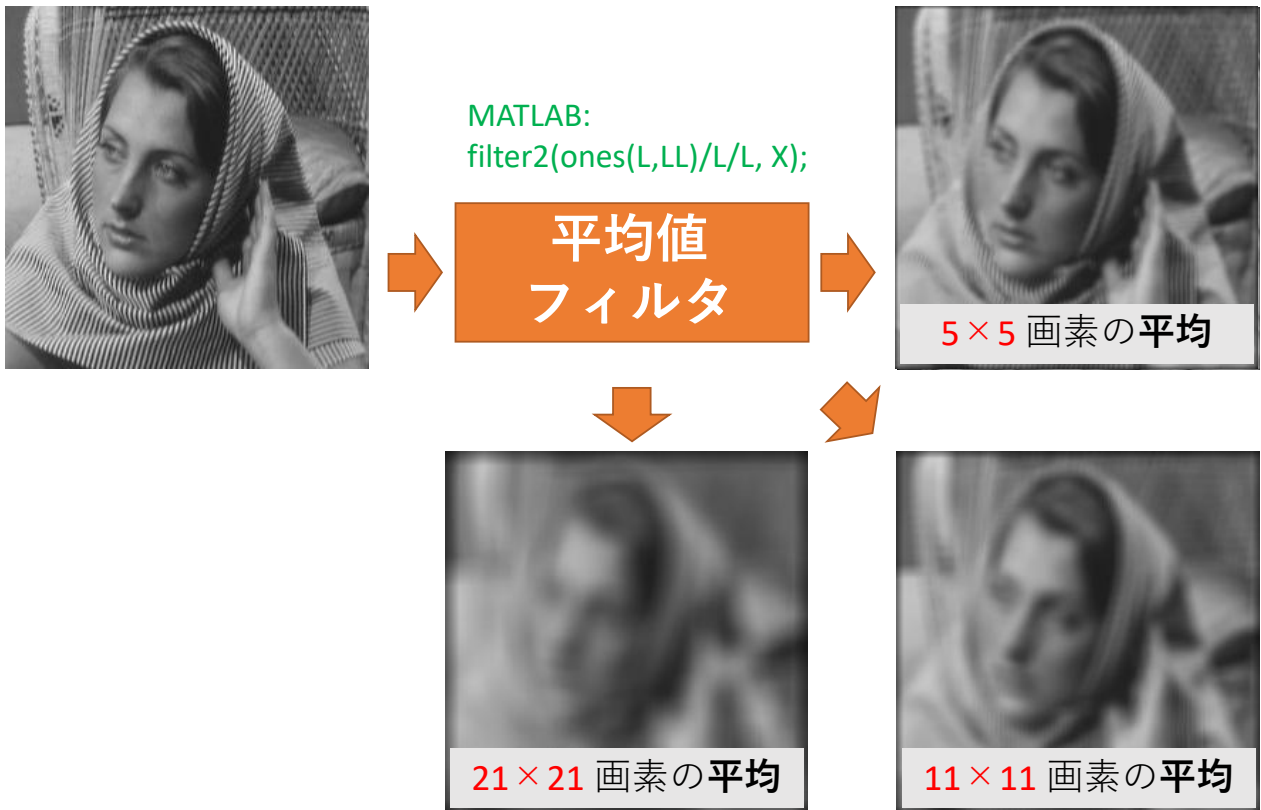
平均値
フィルタ



MATLAB:
`filter2(ones(3,3)/9, X);`

1.3 その他～

平均値フィルタ



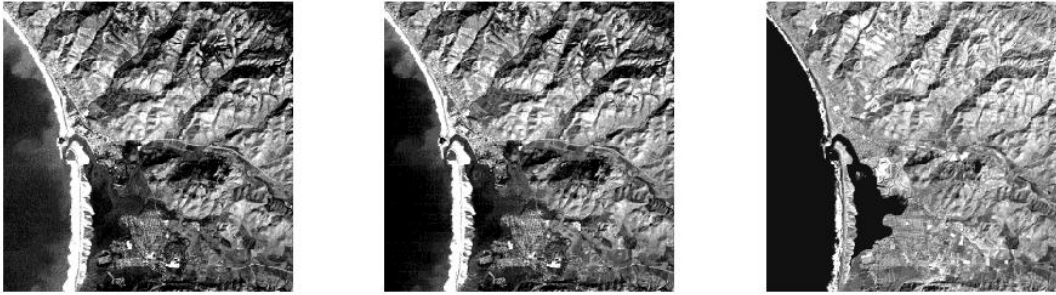
1. 画像の表現と統計量

1.1 輝度、彩度、色相、色空間

1.2 ヒストグラム、分散と歪度、ガウス分布

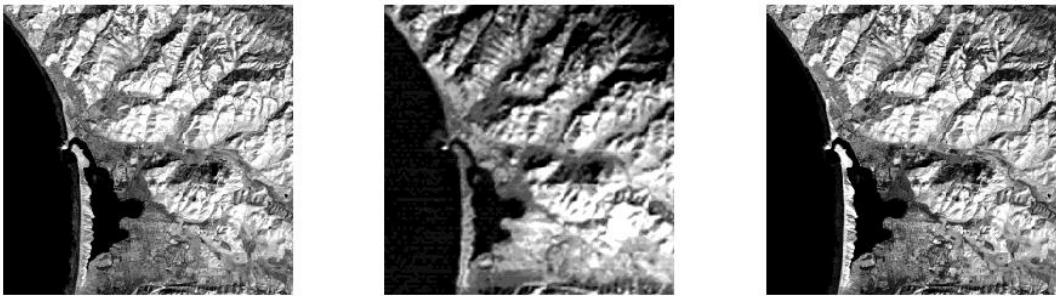
1.3 マルチスペクトル、HDR

マルチスペクトル画像

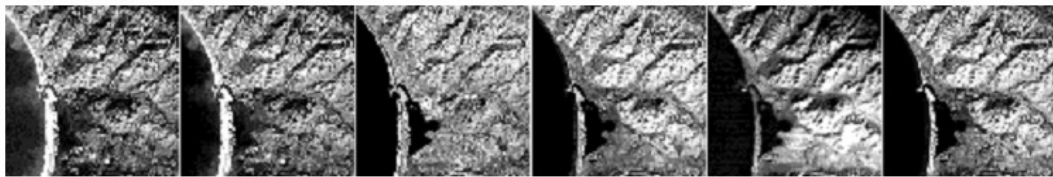


NASA: Landsat Images

最大を255, 最小を0に正規化して表示



PCAで情報を集約



13.5

15.1

14.4

18.7

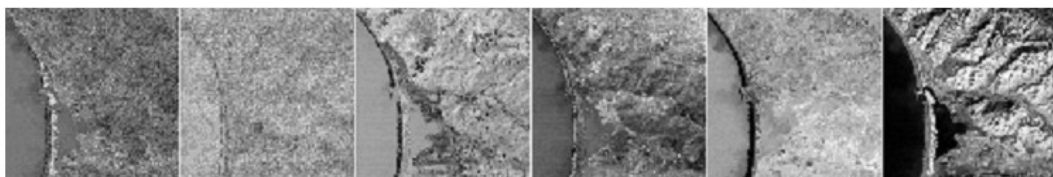
19.3

19.0

←分散の比率

主成分分析 (PCA)
Principal Component Analysis

画像毎に値を
[0,255]に正規化
↓



0.2

0.3

3.6

5.8

10.6

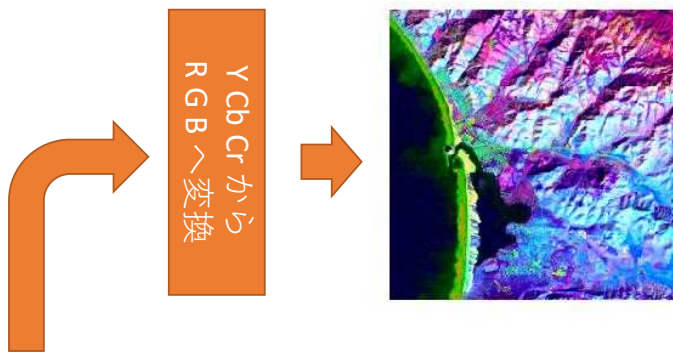
79.5

←分散の比率

除去する

主たる3成分

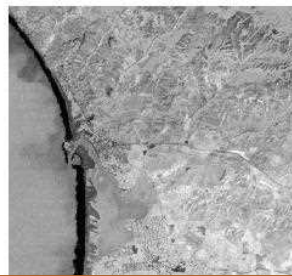
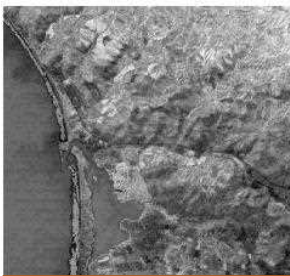
主成分からカラー画像へ



第3主成分 → Cr

第2主成分 → Cb

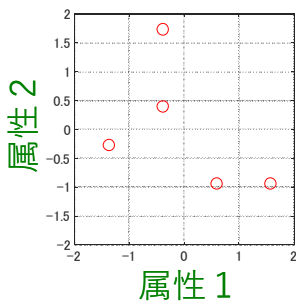
第1主成分 → Y



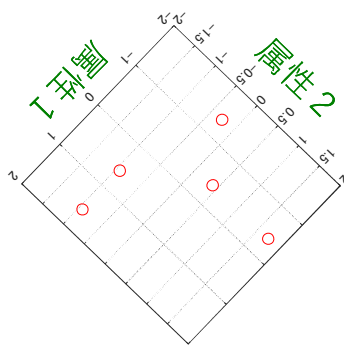
PCAの出力（主たる3成分）

PCAは特徴空間を回転する

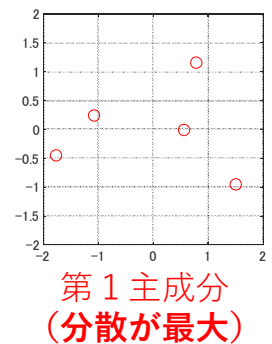
2次元の例



回転



第2主成分
(分散が最小)



マルチスペクトル画像↓

$$\begin{bmatrix} \text{第1主成分} \\ \text{第2主成分} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.71 & 0.71 \\ -0.71 & -0.71 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{属性1} \\ \text{属性2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \frac{-3\pi}{4} & -\sin \frac{-3\pi}{4} \\ \sin \frac{-3\pi}{4} & \cos \frac{-3\pi}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{属性1} \\ \text{属性2} \end{bmatrix}$$

PCAは

- 主成分は属性の重み和
- 多次元空間の軸を回転する
- 回転角は最小二乗法で決定
- 固有値問題として解ける

主成分の分散を最大化 (1/2)

入力データ (n個, 2次元) $\tilde{\mathbf{x}}_i = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{i,1} \\ \tilde{x}_{i,2} \end{bmatrix}$ ($i = 1, 2, \dots, n$)



係数ベクトル $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ 但し, $u_1^2 + u_2^2 = 1$ とする

主成分 $y_i = [u_1 \quad u_2] \begin{bmatrix} \tilde{x}_{i,1} \\ \tilde{x}_{i,2} \end{bmatrix} = \mathbf{u} \tilde{\mathbf{x}}_i$



主成分の分散 $V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ を最大化するように
係数ベクトル \mathbf{u} を決定

主成分の分散を最大化 (2/2)

主成分の分散 $V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_1 \tilde{x}_{i,1} + u_2 \tilde{x}_{i,2})^2$ ← 入力データは標準化されているので平均はゼロ

$$= u_1^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{x}_{i,1}^2 + 2u_1 u_2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{x}_{i,1} \tilde{x}_{i,2} + u_2^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{x}_{i,2}^2$$
$$= u_1^2 s_{11} + 2u_1 u_2 s_{12} + u_2^2 s_{22}$$


最小二乗法 $(\hat{u}_1, \hat{u}_2) = \arg \min_{u_1, u_2} V \quad \text{s.t.} \quad u_1^2 + u_2^2 = 1$

$$L = u_1^2 s_{11} + 2u_1 u_2 s_{12} + u_2^2 s_{22} - \lambda(u_1^2 + u_2^2 - 1)$$


$$\frac{\partial L}{\partial u_1} = 2u_1 s_{11} + 2u_2 s_{12} - 2\lambda u_1 = 0$$



$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{xx} \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{u}$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} = 2u_1 s_{12} + 2u_2 s_{22} - 2\lambda u_2 = 0$$

$$(\mathbf{C}_{xx} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{u} = \mathbf{0}$$

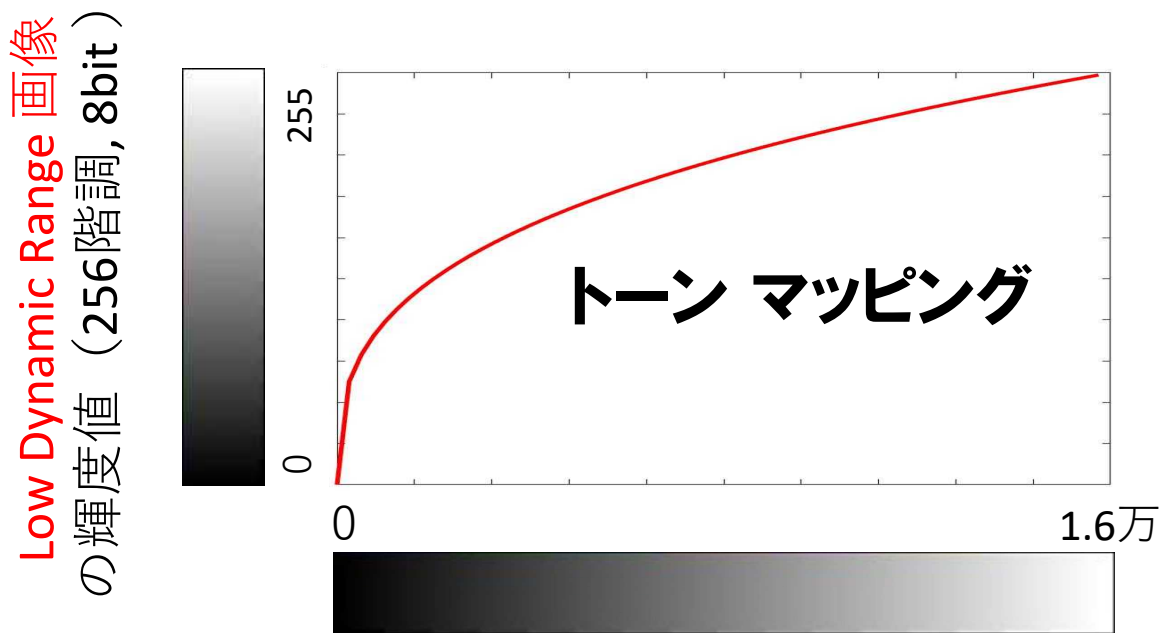
$$\begin{bmatrix} s_{11} - \lambda & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

固有値問題

1. 画像の表現と統計量

- 1.1 輝度、彩度、色相、色空間
- 1.2 ヒストグラム、分散と歪度、ガウス分布
- 1.3 マルチスペクトル、**HDR**

HDR から LDR へ

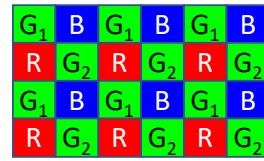


HDR (High Dynamic Range) 画像
の輝度値 (1.6万階調, 14bit)

RAW, OpenEXR, RGBE

RAW

値域: 0~16,383
 データ: 14 bit × 4色
 計 56 bit



OpenEXR

符号 1 bit × 3色
 指数 5 bit × 3色
 仮数 10 bit × 3色
 計 48 bit

符号 $x_S = S_1$
 指数 $x_E = \sum_{b=1}^5 2^{b-1} E_b$
 仮数 $x_M = \sum_{b=1}^{10} 2^{b-1} M_b$

輝度値

$$(-1)^{x_S} 2^{x_E-15} \left(1 + \frac{x_M}{1024} \right)$$

最大値 $2^{31-15} \left(1 + \frac{1023}{1024} \right) = 131,008$

RGBE

指数 8 bit
 仮数 8 bit × 3色
 計 32 bit

仮数 $x_M = \sum_{b=1}^8 2^{b-1} M_b$
 指数 $x_E = \sum_{b=1}^8 2^{b-1} E_b$

輝度値

$$2^{x_E-128} \left(\frac{x_M + 0.5}{256} \right)$$

最大 $2^{255-128} \left(\frac{255+0.5}{256} \right) = 1.70 \times 10^{+38}$

最小 $2^{1-128} \left(\frac{0+0.5}{256} \right) = 1.15 \times 10^{-41}$

但し $x_E = 0$ のとき輝度値は 0

HDR のメリット

暗い画像

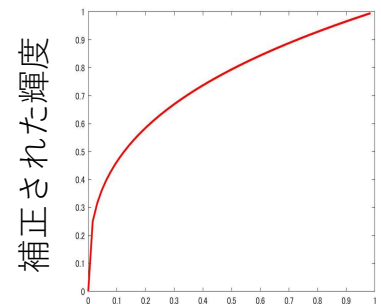
輝度を補正

ノイズを評価



階調が少ない
 (16種類: 4 bit)

ノイズが大きい



暗い画像の輝度



階調が多い
 (64種類: 6 bit)

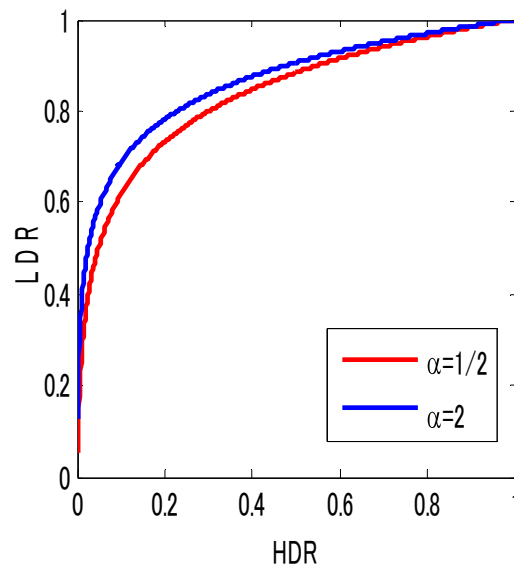
ノイズが小さい

階調が多い
 ↓
 輝度を補正しても
 ノイズが小さい

トーンマッピング
例1

対数関数

$$\log(1 + \alpha x)$$



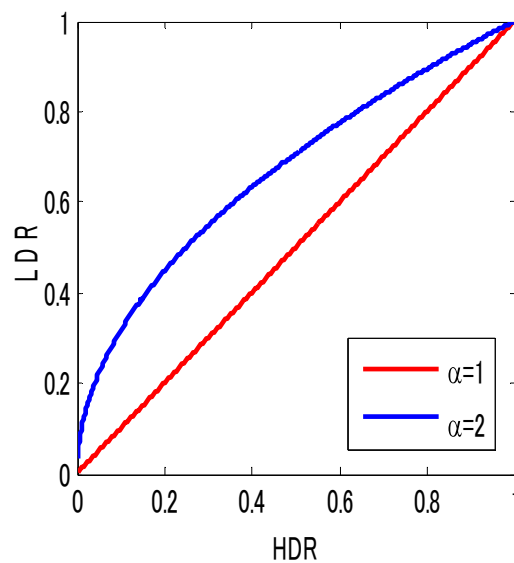
OpenEXR

トーンマッピング
例2

べき関数

$$x^{1/\alpha}$$

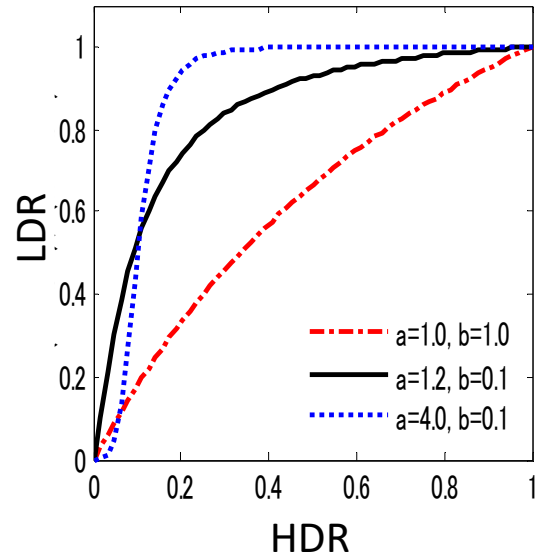
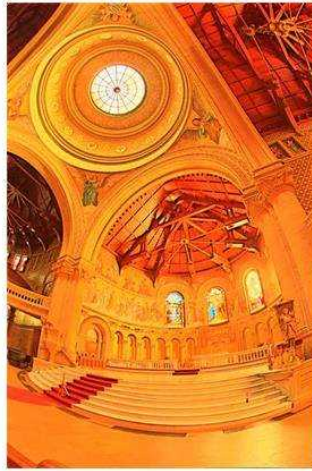
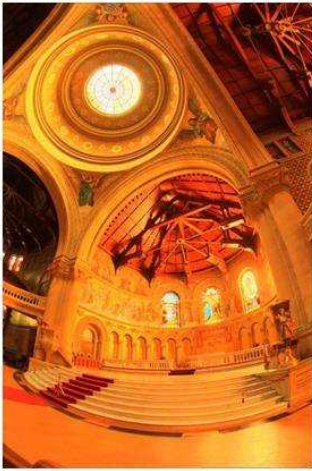
ガンマ補正



OpenEXR

Hill 関数

$$\frac{x^a}{x^a + b^a}$$



OpenEXR

カラー画像のトーンマッピング

R,G,B,それぞれを
別々にトーンマッピング



色褪せない
トーンマッピング

HDR image in "RGBE" format

色褪せないための工夫

HDRの赤, 緑, 青 $\rightarrow [x_{H,R} \quad x_{H,G} \quad x_{H,B}]$

LDRの赤, 緑, 青 $\rightarrow [x_{L,R} \quad x_{L,G} \quad x_{L,B}]$

$$x_{L,c} = f(x_{H,c})$$

$$c \in \{R, G, B\}$$

R,G,B,それぞれを
別々にトーンマッピング



$$x_{L,c} = \frac{f(x_{H,Y})}{x_{H,Y}} x_{H,c}$$

HDR 白黒の輝度 $x_{H,Y}$

色褪せない
トーンマッピング

Hill 関数 & フィルタ



& 低域通過フィルタ

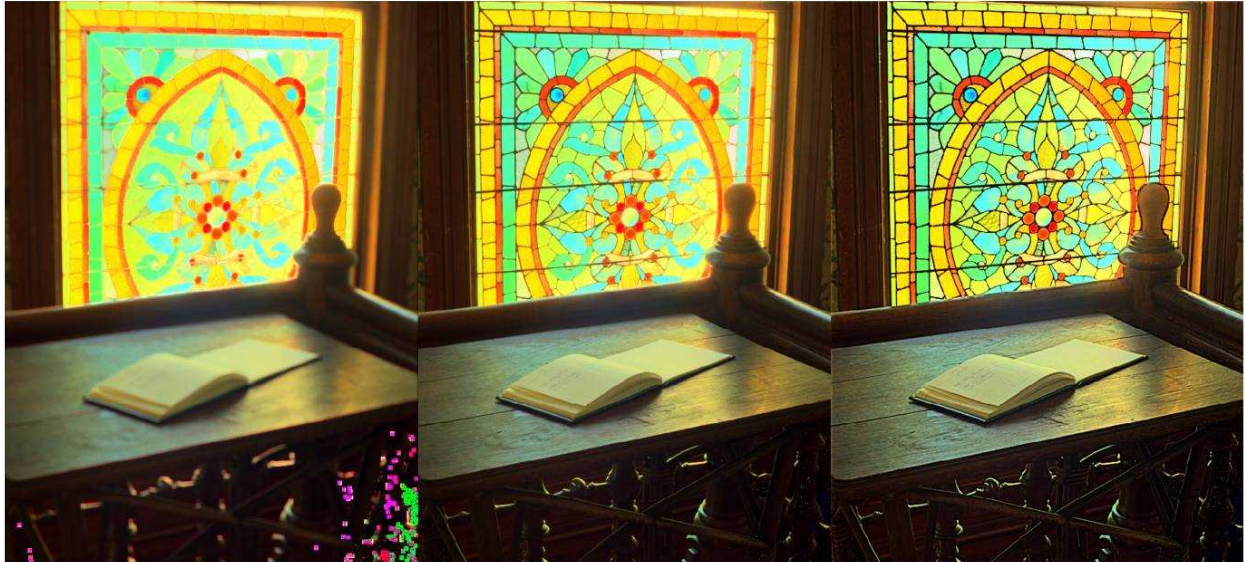
H i l l 関数

& 高域強調フィルタ



HDR image in "RGBE" format

Hill 関数 & フィルタ



HDR image in "RGBE" format

関連する関数 (MATLABの場合)

blendexposure

<https://jp.mathworks.com/help/images/ref/blendexposure.html>

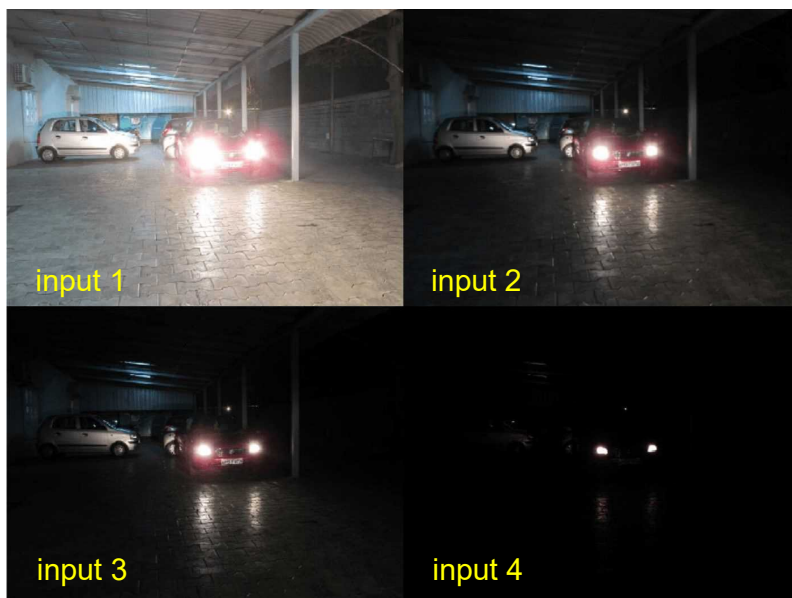
ハイ ダイナミック レンジ イメージ

hdrread	ハイ ダイナミック レンジ (HDR) イメージの読み取り
hdrwrite	ハイ ダイナミック レンジ (HDR) イメージ ファイルの書き込み
makehdr	ハイ ダイナミック レンジ イメージを作成
tonemap	表示のためのハイ ダイナミック レンジ イメージのレンダリング
tonemapfarbman	エッジ保存マルチスケール分解を使用した LDR への HDR イメージの変換
localtonemap	局所的なコントラストを強調しながら HDR イメージを表示用にレンダリング
blendexposure	異なる露光のイメージから適切な露光のイメージの作成
camresponse	カメラ応答関数の推定

次元削減

hyperpca	ハイバースペクトル データの主成分分析
hypermnf	ハイバースペクトル データの最大ノイズ フラクシオン変換
inverseProjection	主成分バンドからのデータ キューブの再構成

多露光合成
多段階露出合成
多重露出
多重露光



MATLAB の例

blendexposure

複数の異なる露光の
イメージから

一枚の適切な露光の
イメージを作成



ネットの記事から

NASAが開発を進める、新鋭HDRハイスピード
カメラの威力

<https://www.pronews.jp/news/20160817130051441.html>

露出ブラケット撮影した写真をLightroomで
HDR合成する方法

<https://www.photografan.com/basic-knowledge/hdr-lightroom-tutorial/>