

3. ノイズ除去の方法

3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

3.3 線形フィルタ、畳み込み

3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン

Photoshop による現像の例



Photoshop (かすみ除去)



元の画像



色温度とコントラストを調整



かすみ除去 (dehaze)

Photoshop (平滑化)



元の画像



コントラストと色温度



平滑化



元の画像



彩度と露光を調整



平滑化

Photoshop (鮮鋭化)



元の画像



コントラスト調整



鮮鋭化・かすみ除去



元の画像



コントラスト調整



鮮鋭化・かすみ除去

Photoshop (ノイズ除去)



元の画像



鮮鋭化・かすみ除去



ノイズ除去



元の画像



高圧縮・鮮鋭化



ノイズ除去

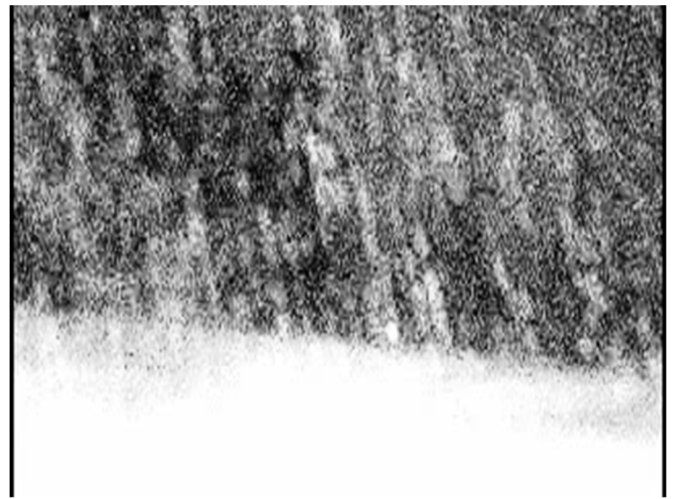
ヒストグラム均等化と時間方向フィルタ

撮影場所：長岡技術科学大学体育館裏（車内から）

MATLABで実装（長岡技術科学大学 岩橋研究室）



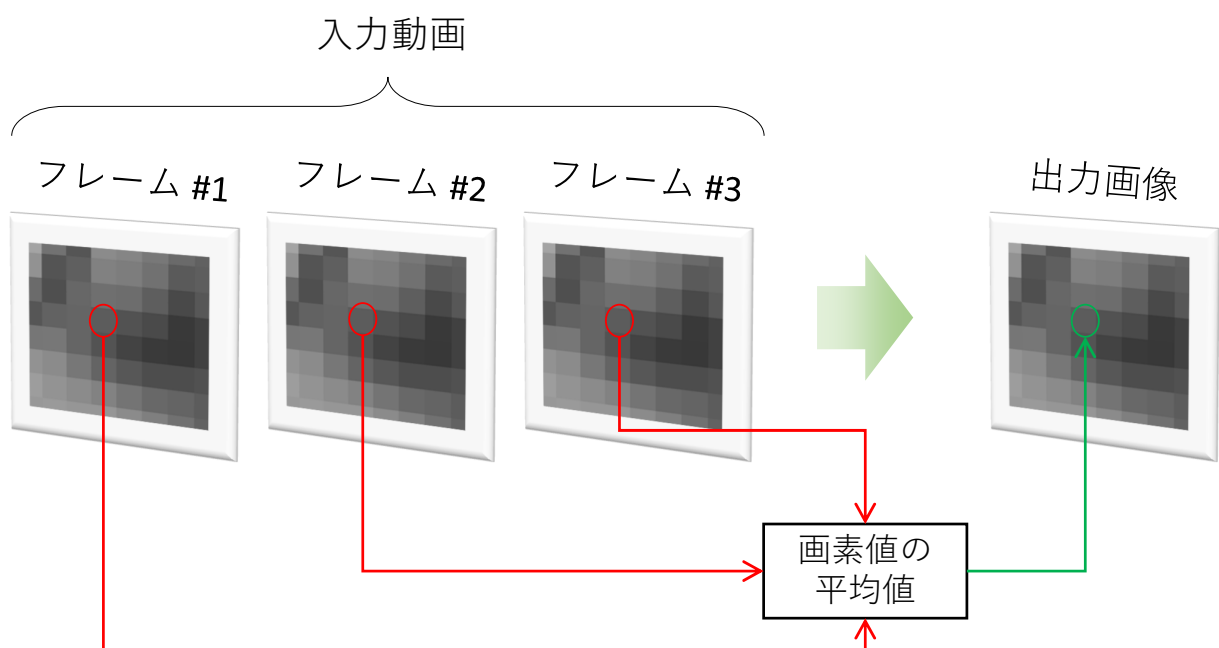
before



after

- ① ヒストグラム均等化
- ② 時間方向の平滑化フィルタ
(同じ画素位置で、異なるフレーム間で)

時間方向の平滑化フィルタ



3. ノイズ除去の方法

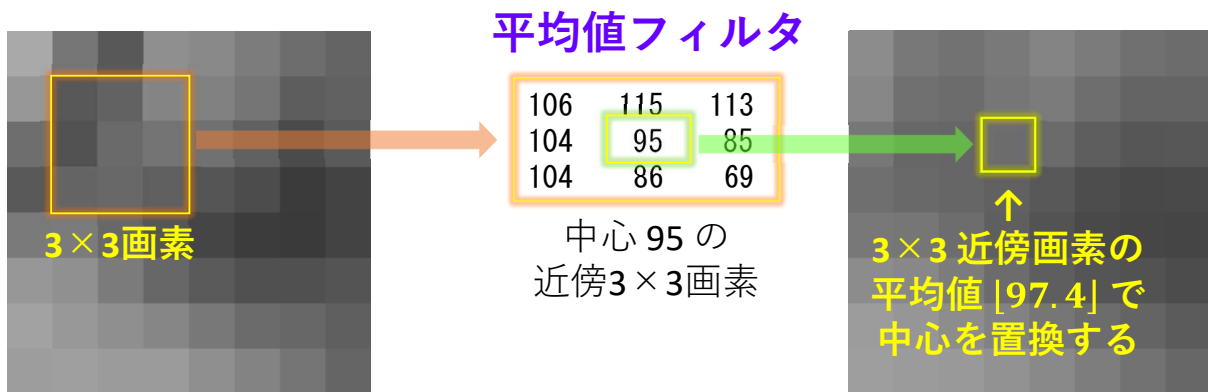
3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

3.3 線形フィルタ、畳み込み

3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン

3.2 平滑化～ 平均値フィルタ



フィルタ係数

$$\sum \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} x_{i-1,j-1} & x_{i-1,j} & x_{i-1,j+1} \\ x_{i,j-1} & x_{i,j} & x_{i,j+1} \\ x_{i+1,j-1} & x_{i+1,j} & x_{i+1,j+1} \end{bmatrix} = y_{i,j}$$

↑ 要素の
総和

↑
アダマール積
(要素毎の積)

3×3 近傍画素

近傍画素
の平均値

3.2 平滑化～

平均値フィルタ



$L = 5$



$L = 11$



$L = 21$

フィルタ係数

$$\frac{1}{L^2} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \\ \leftarrow L \rightarrow \end{matrix}$$

3.2 平滑化～

手ブレ



元の画像



フィルタ係数

$$H = \frac{1}{120} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ 15 \end{bmatrix}$$

フィルタ係数

$$H = \frac{1}{120} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 15 \end{bmatrix}$$

← 15 →

3.2 平滑化と鮮鋭化



元の画像



Sobelフィルタ



鮮鋭化された

全域通過
フィルタ

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



高域通過
フィルタ

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



高域強調
フィルタ

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

```
I0=imread('barbara.bmp');  
I0=double(I0)/255;
```

```
h=[-1 0 1; -2 1 2; -1 0 1];  
I1=imfilter(I0,h);
```

```
imshow(I1);
```



鮮鋭化された

高域強調
フィルタ

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. ノイズ除去の方法

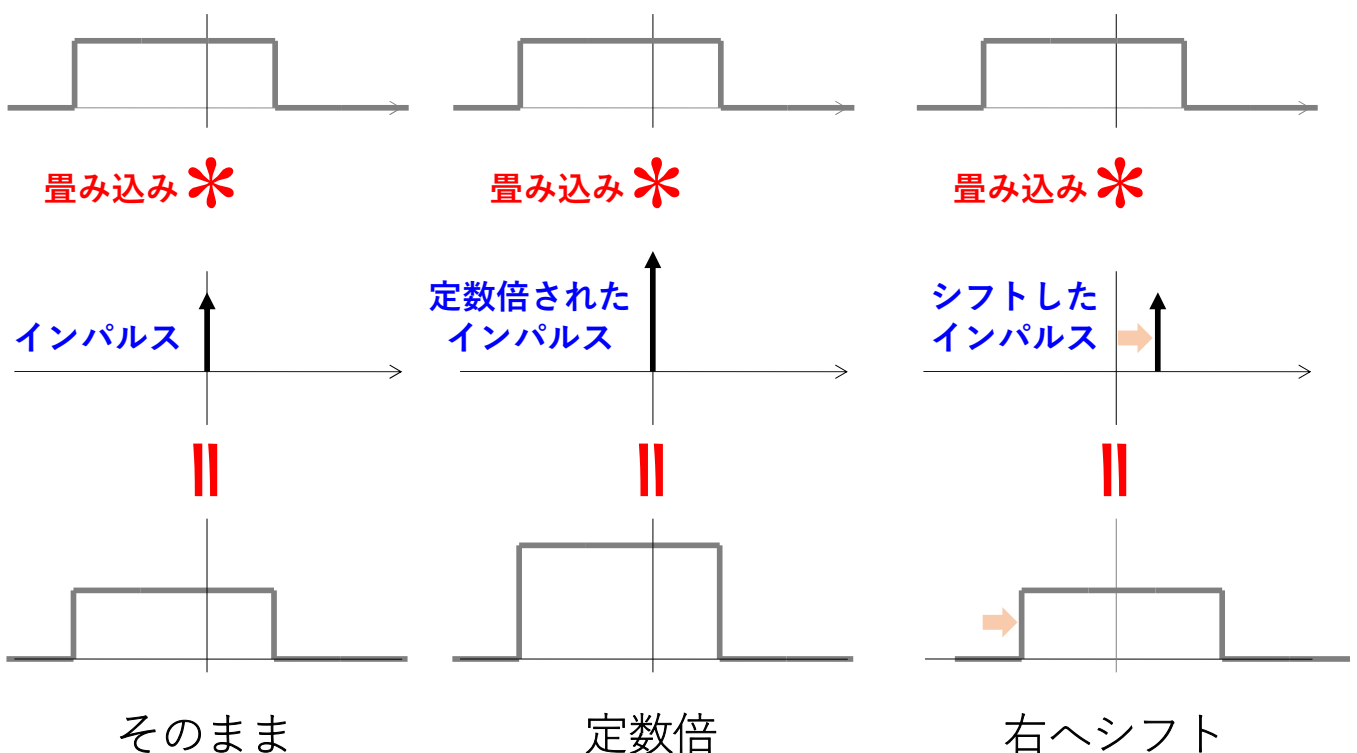
3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

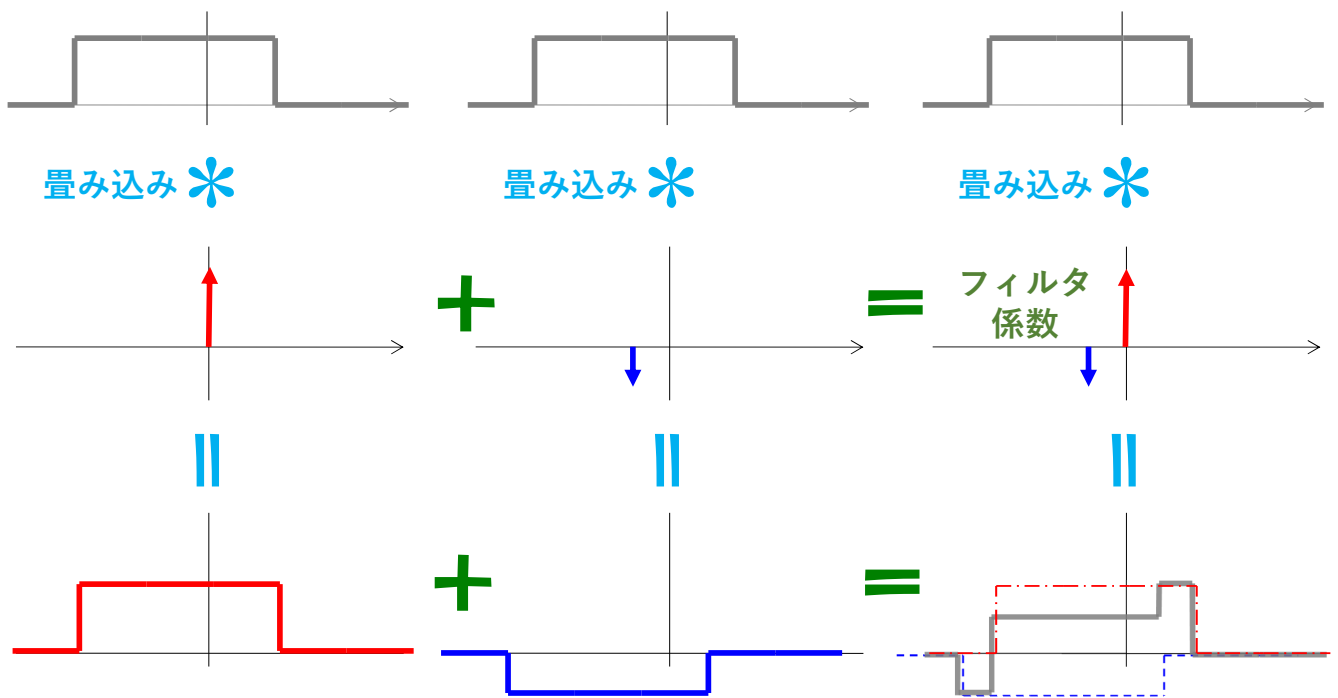
3.3 線形フィルタ、畳み込み、ノイズ除去

3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン

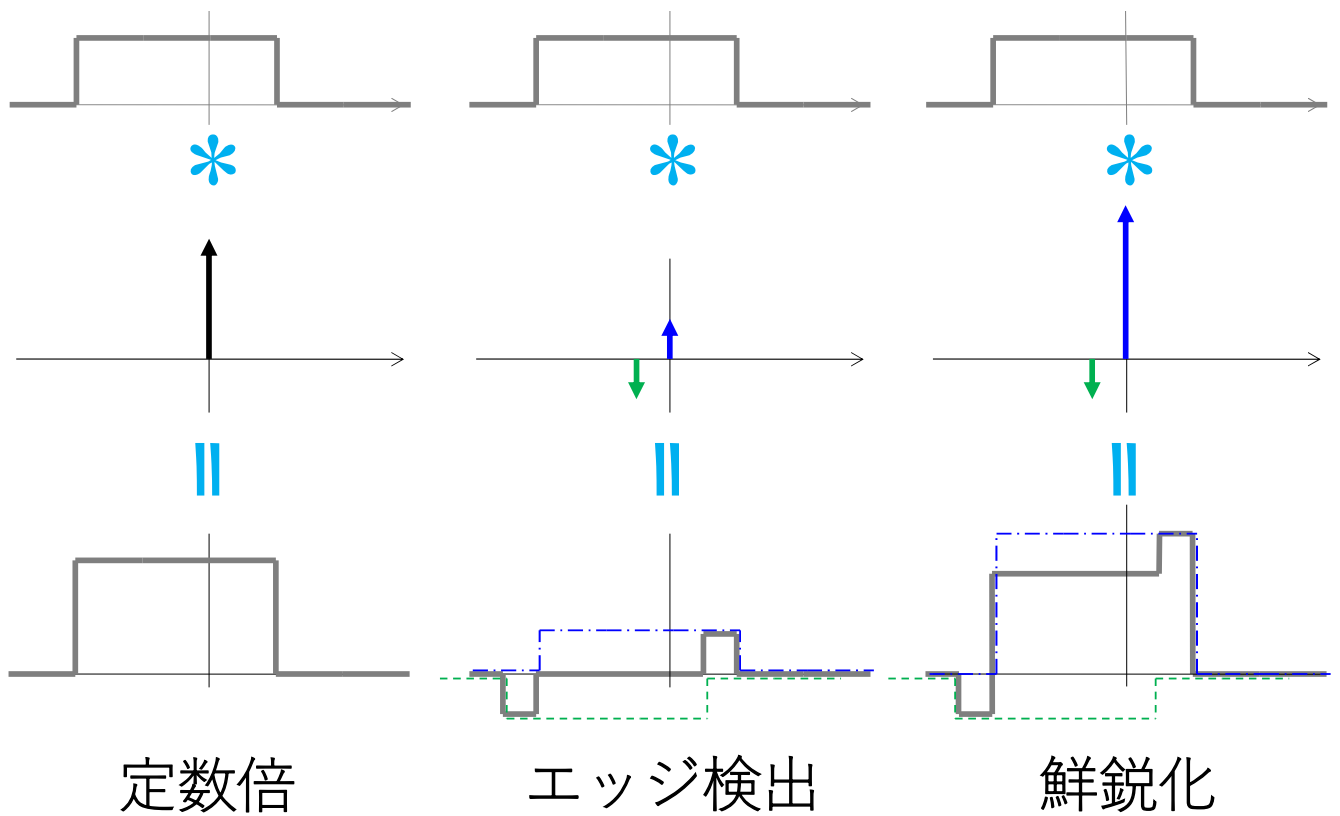
インパルスとの畳み込み

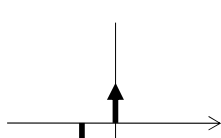
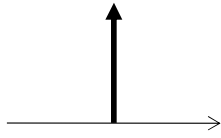


畳み込みの線形性 (線形フィルタ)

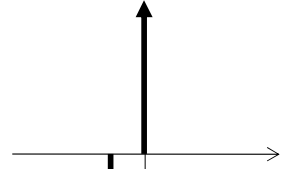


線形フィルタの例





エッジ検出

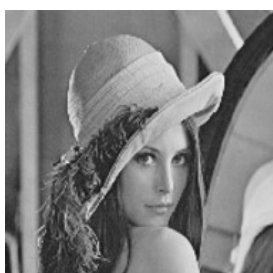
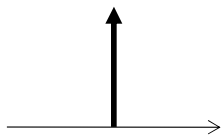


鮮鋭化



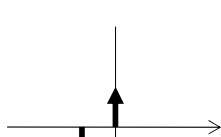
フィルタ係数

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



フィルタ係数

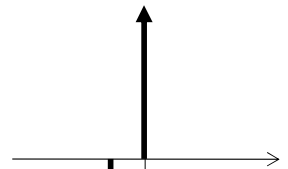
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



エッジ検出

フィルタ係数

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



鮮鋭化



3. ノイズ除去の方法

3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

演算としての性質

3.3 線形フィルタ、**畳み込み**、ノイズ除去

3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン

フィルタ～ **畳み込み**

	フィルタ係数		3×3 近傍画素		出力
\sum	$\begin{bmatrix} h_{+1,+1} & h_{+1,0} & h_{+1,-1} \\ h_{0,+1} & h_{0,0} & h_{0,-1} \\ h_{-1,+1} & h_{-1,0} & h_{-1,-1} \end{bmatrix}$	\odot	$\begin{bmatrix} x_{i-1,j-1} & x_{i-1,j} & x_{i-1,j+1} \\ x_{i,j-1} & x_{i,j} & x_{i,j+1} \\ x_{i+1,j-1} & x_{i+1,j} & x_{i+1,j+1} \end{bmatrix}$	=	$y_{i,j}$
↑ 要素の 総和		↑ アダマール積 (要素毎の積)			



$$y_{i,j} = \sum_{m=-1}^{+1} \sum_{n=-1}^{+1} h_{n,m} x_{i-n,j-m}$$

畳み込み

畳み込みを z 変換で計算する

縦方向平滑化 * 横方向の微分 = Sobel filter (*は畳み込み)

フィルタ係数 $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

z 変換

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} z_1^{-1} & 1 & z_1^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_2^{-1} \\ 1 \\ z_2^{+1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} z_1^{-1} & 1 & z_1^{+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_2^{-1} \\ 1 \\ z_2^{+1} \end{bmatrix} \\ &= \Sigma \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} z_1^{-1}z_2^{-1} & z_1^{-1} & z_1^{-1}z_2^{+1} \\ z_2^{-1} & 1 & z_2^{+1} \\ z_1^{+1}z_2^{-1} & z_1^{+1} & z_1^{+1}z_2^{+1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

要素ごとの積 (アダマール積) の後に要素の総和をとる

畳み込み と 行列の積

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

畳み込みは **可換**

行列の積は **非可換**

畳み込み と 行列の積

- ・微分 [1 -1] を 2 回行う
- ・畳み込みで表すと...

$$[1 \ -1] * [1 \ -1] = [1 \ -2 \ 1] \qquad [1 \ -1][1 \ -1] = \dots \quad \times$$

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

畳み込み
の結果は
すべて同じ



行列の積と
畳み込みは
別のもの

畳み込み (信号とフィルタ係数)

$$\mathbf{y} = [h_{-1} \ h_0 \ h_1] * [x_0 \ x_1 \ x_2]$$

フィルタ係数 信号

**畳み込み
の定義**

$$y_i = \sum_{n=-1}^{+1} h_n x_{i-n}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} h_{-1}x_0 & h_0x_0 + h_{-1}x_1 & h_1x_0 + h_0x_1 + h_{-1}x_2 & h_1x_1 + h_0x_2 & h_1x_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{削除} & y_0 & y_1 & y_2 & \text{削除} \end{bmatrix}$$

出力信号

畳み込み (z変換で計算する)

$$H(z) = [h_{-1} \quad h_0 \quad h_1] [z^{+1} \quad 1 \quad z^{-1}]^T \quad \leftarrow \text{伝達関数}$$

$$X(z) = [x_0 \quad x_1 \quad x_2] [1 \quad z^{-1} \quad z^{-2}]^T \quad \leftarrow \text{入力信号}$$

$$= [1 \quad z^{-1} \quad z^{-2}] [x_0 \quad x_1 \quad x_2]^T$$



T は転置

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad \leftarrow \text{出力信号}$$

$$= [h_{-1} \quad h_0 \quad h_1] \begin{bmatrix} z^{+1} & 1 & z^{-1} \\ 1 & z^{-1} & z^{-2} \\ z^{-1} & z^{-2} & z^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$= \sum \begin{bmatrix} h_{-1}x_0 & h_{-1}x_1 & h_{-1}x_2 \\ h_0x_0 & h_0x_1 & h_0x_2 \\ h_1x_0 & h_1x_1 & h_1x_2 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} z^{+1} & 1 & z^{-1} \\ 1 & z^{-1} & z^{-2} \\ z^{-1} & z^{-2} & z^{-3} \end{bmatrix}$$

要素ごとの積 (アダマール積) の後に要素の総和をとる

$$= \underbrace{h_{-1}x_0z^{+1}}_{\text{削除}} + \underbrace{(h_0x_0 + h_{-1}x_1)}_{\text{出力信号}} + \underbrace{(h_1x_0 + h_0x_1 + h_{-1}x_2)z^{-1}}_{\text{出力信号}} + \underbrace{(h_1x_1 + h_0x_2)z^{-2}}_{\text{出力信号}} + \underbrace{h_1x_2z^{-3}}_{\text{削除}}$$

畳み込みの端点処理

$$x = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3] \quad \begin{matrix} \text{削除} & & & & & & \text{削除} \end{matrix}$$

$$h = [1 \quad 0 \quad -1] \quad y = \text{conv}(x, h) = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -3 \quad -3]$$

$$w = \text{conv}(x, h, 'same') = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -3]$$

畳み込みの線形性

$$x = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3]$$

$$h_0 = [1 \quad 2 \quad 1]/4 \quad y_0 = \text{conv}(x, h_0, 'same') = [3 \quad 4 \quad 5 \quad 8 \quad 11 \quad 12 \quad 9]/4$$

$$h_1 = [4 \quad 0 \quad -4]/4 \quad y_1 = \text{conv}(x, h_1, 'same') = [4 \quad 0 \quad 4 \quad 8 \quad 4 \quad 0 \quad -12]/4$$

$$h_2 = [5 \quad 2 \quad -3]/4 \quad y_2 = \text{conv}(x, h_2, 'same') = [7 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad 15 \quad 12 \quad -3]/4$$

$$= h_0 + h_1$$

$$(h_0 + h_1) * x = h_0 * x + h_1 * x$$

畳み込みの結合則

$$\begin{aligned}
 & x = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3] \\
 h & = [1 \quad 0 \quad -1] & w = \text{conv}(x, h, 'same') = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -3] \\
 h & = [1 \quad 0 \quad -1] & y = \text{conv}(w, h, 'same') = [0 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad -2 \quad -4 \quad 0] \\
 g & = [1 \quad 0 \quad -2 \quad 0 \quad 1] & y = \text{conv}(x, g, 'same') = [-1 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad -2 \quad -4 \quad -3] \\
 & = \text{conv}(h, h); & & \text{同じ} \\
 & & & \text{(端点は除く)}
 \end{aligned}$$

$(h*h)*x = h*(h*x)$

畳み込みは可換

$$\begin{aligned}
 & x = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3] \\
 y_0 & = \text{conv}(\text{conv}(x, h_0, 'same'), h_1, 'same') = [2 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad -1 \quad -6] / 2 \\
 y_1 & = \text{conv}(\text{conv}(x, h_1, 'same'), h_0, 'same') = [1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2 \quad -1 \quad -9] / 2 \\
 & & \text{同じ} \\
 & & \text{(端点は除く)}
 \end{aligned}$$

$h_0*h_1 = h_1*h_0$

畳み込みと相関

左右を反転させて、平均値を引いてからフィルタ処理する

$h_0 = [3 \quad 2 \quad 1]$
 $h_1 = [1 \quad 0 \quad -1]$
 $= h_0 - \text{mean}(h_0)$

$x_0 = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 3]$
 $y_0 = \text{conv}(x_0, h_0) = [3 \quad 5 \quad 6 \quad 9 \quad 14 \quad 17 \quad 18 \quad 9 \quad 3]$
 $y_1 = \text{conv}(x_0, h_1) = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -3 \quad -3]$

このパターンがどの位置にあるか？

この位置にある

x0 と h1 の相関が最大

$x_1 = [-1 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$
 $= x_0 - \text{mean}(x_0)$
 $h_1 = [1 \quad 0 \quad -1]$
 $= h_0 - \text{mean}(h_0)$
 $y_2 = \text{conv}(x_1, h_1) = [-1 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad -1]$

↑
x1 と h1 の相関が最大

h1の平均がゼロならば、x1の平均が零でも非零でも、conv(x1, h1)には影響しない (但し、端点は除く)

フィルタのDC利得 フィルタ係数の和

- ・ 高域通過フィルタは、DC利得を 0 とする
- ・ 低域通過フィルタは、DC利得を 1 とする

※ DC利得はフィルタ係数の総和

例

ソーベル
フィルタ

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{フィルタ係数の和} = 0$$

平均値
フィルタ

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{フィルタ係数の和} = 1$$

フィルタ係数

3. ノイズ除去の方法

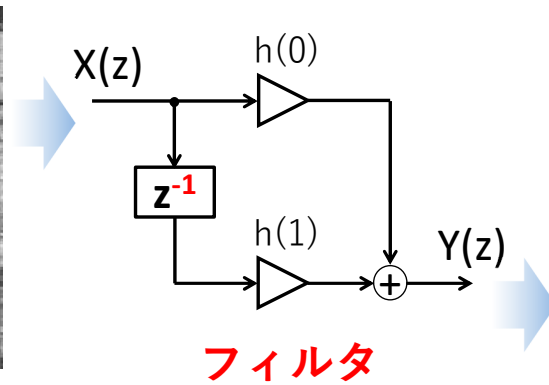
3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

3.3 線形フィルタ、畳み込み、**ノイズ除去**

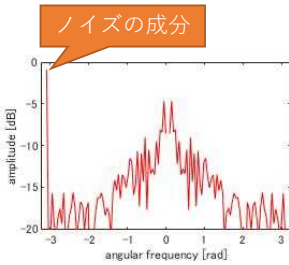
3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン

フィルタによるノイズ除去 (概要)

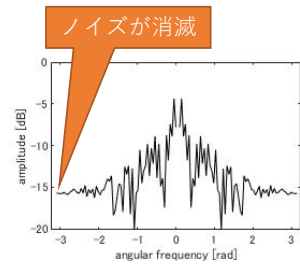
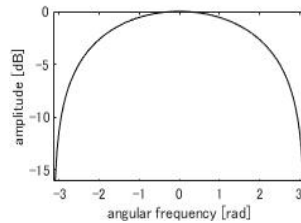


フーリエ変換

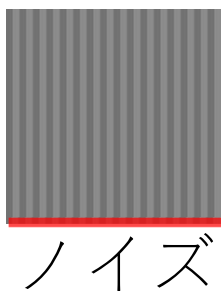
フーリエ変換



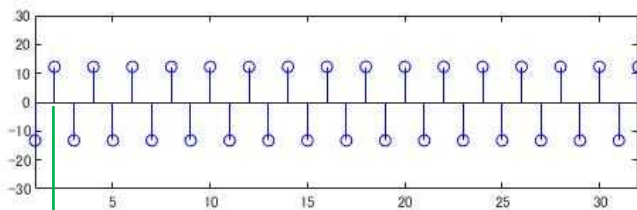
×
かける
(logなので足す)



① ノイズの性質

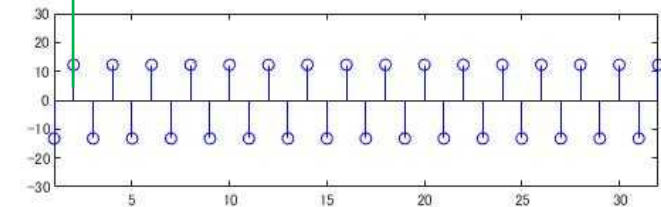


断面



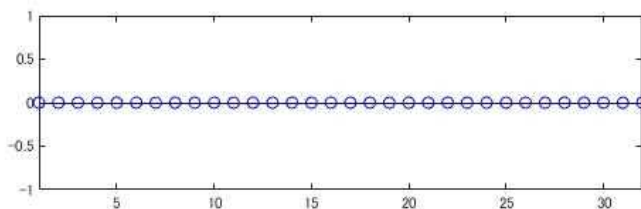
遅延 + 足す

↓ フィルタ



消える

|| (但し、2で割る)



② 信号の性質

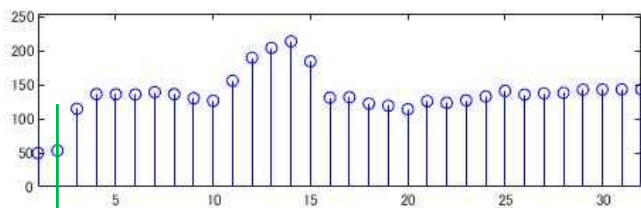


信号

断面

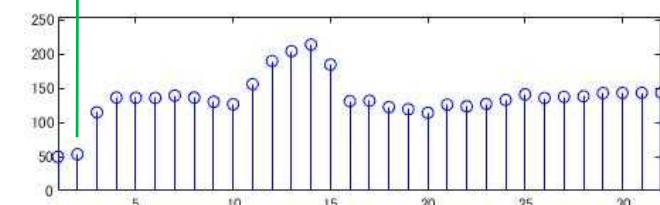
↓ フィルタ

≡ 信号

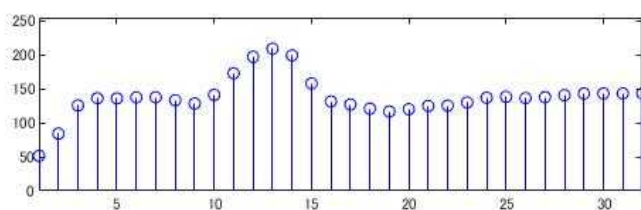


→ 遅延

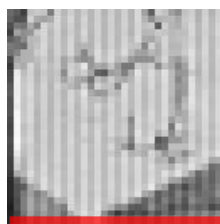
+ 足す



|| (但し、2で割る)



③ ノイズの除去

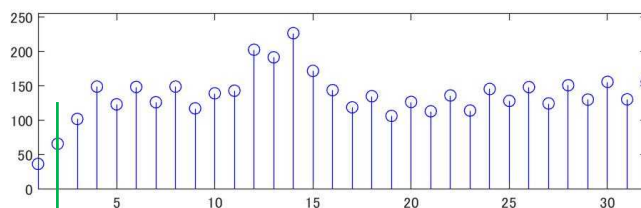


信号

断面

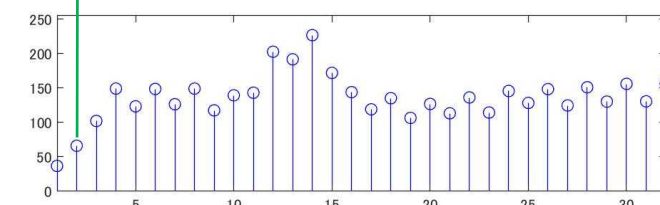
↓ フィルタ

≡ 信号

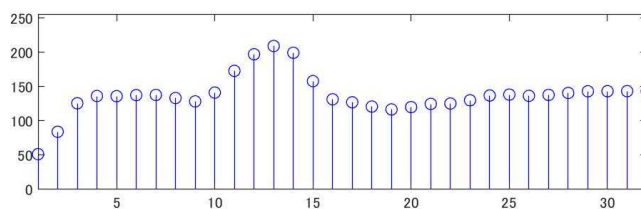


→ 遅延

+ 足す



|| (但し、2で割る)

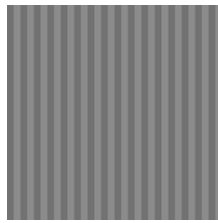


線形フィルタによるノイズ除去



信号

+



ノイズ

=



劣化

↓ フィルタ

≒ 信号



↓ フィルタ

消える



=

↓ フィルタ

復元



線形フィルタによるノイズ除去

信号 + ノイズ = 劣化

↓ フィルタ

↓ フィルタ

↓ ノイズ除去

ほぼ
信号

+

ゼロ

=

ほぼ
信号

フィルタの線形性

$$F[\text{信号}] + F[\text{ノイズ}] = F[\text{信号} + \text{ノイズ}]$$

≒ 信号 = 0 ≒ 信号

3. ノイズ除去の方法

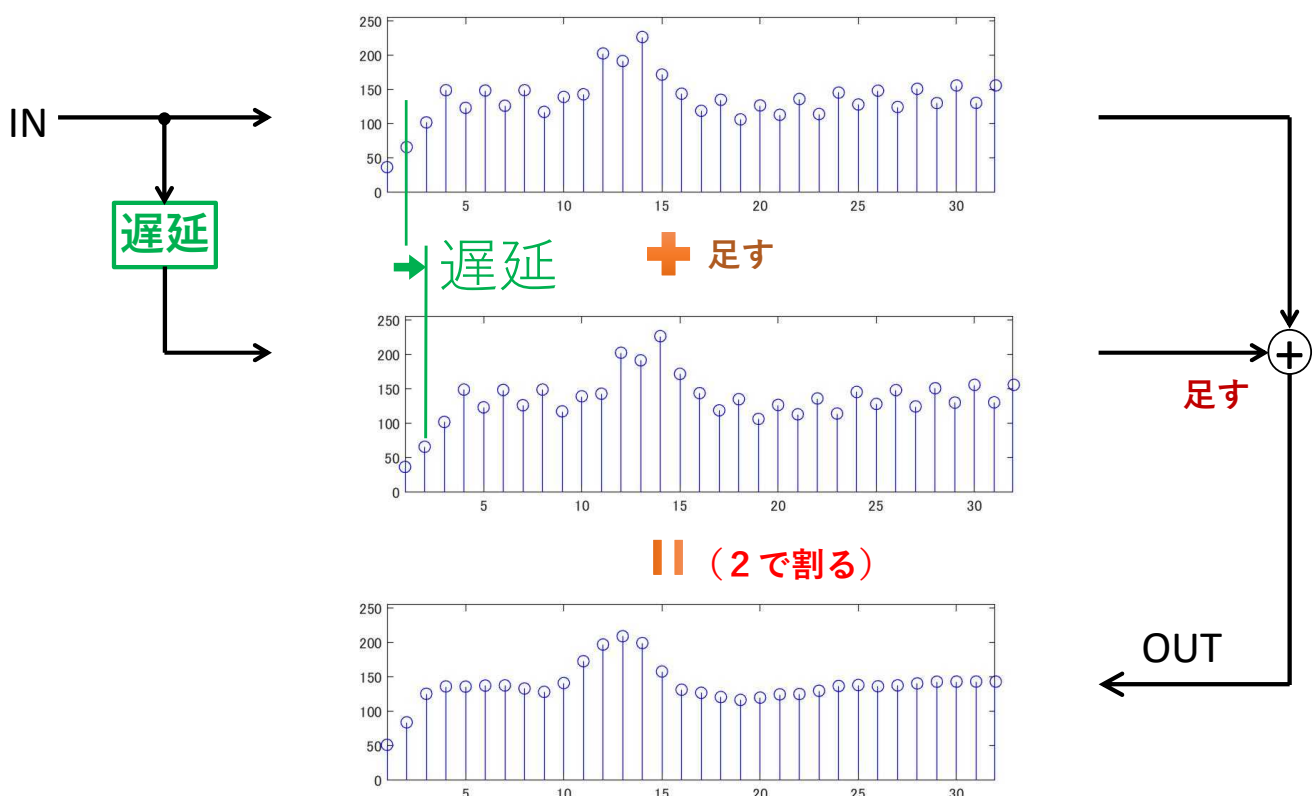
3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

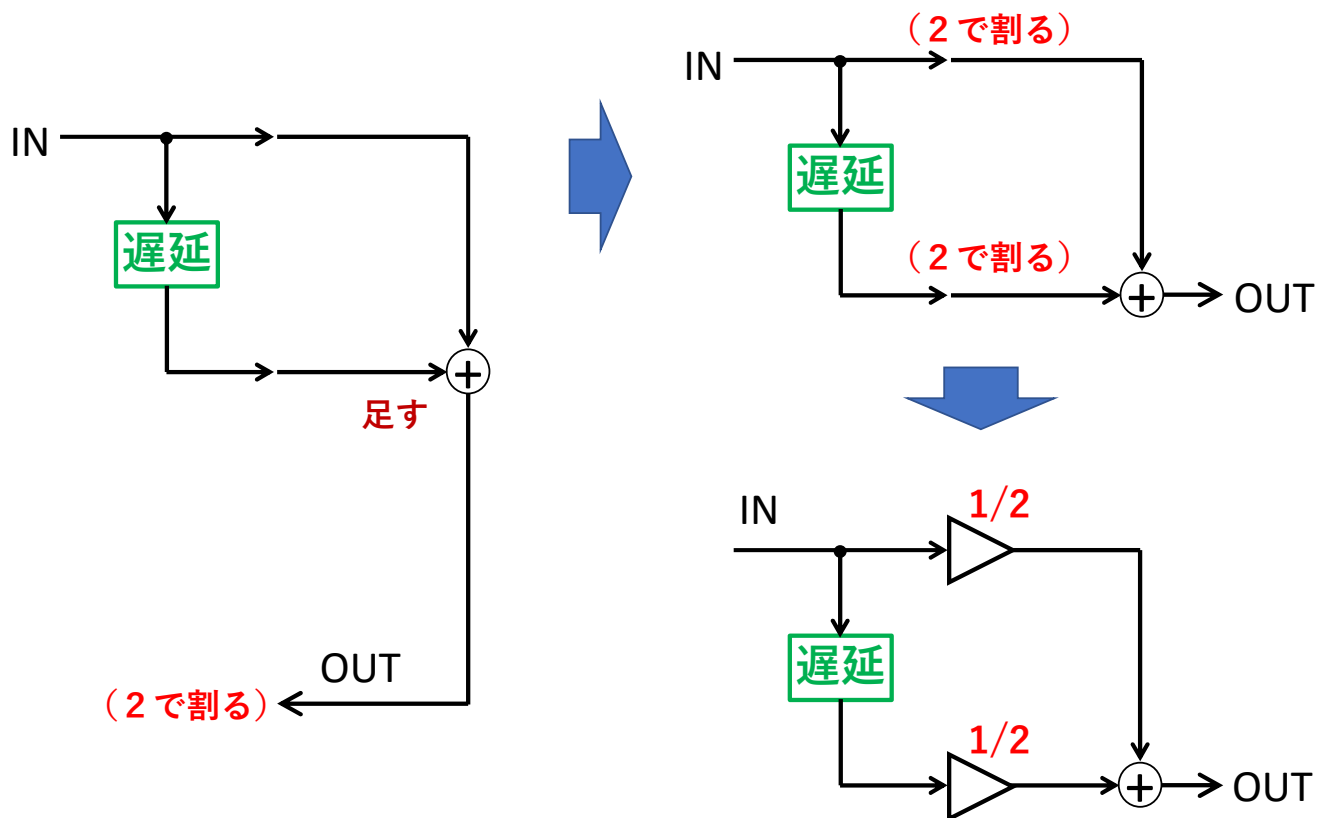
3.3 線形フィルタ (signal flow graph、伝達関数、周波数特性)

3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン

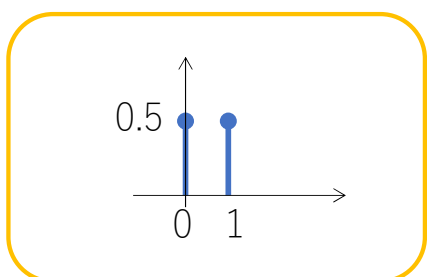
Signal Flow Graph (1/2)



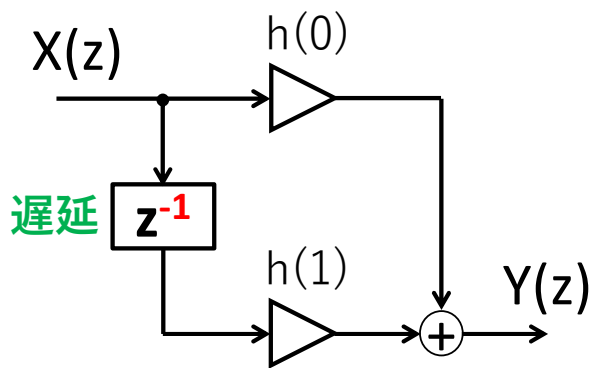
Signal Flow Graph (2/2)



伝達関数と z 変換 (1/2)



フィルタ係数



$$\begin{aligned}
 H(z) &= h(0) + h(1) z^{-1} \\
 &= 0.5 + 0.5 z^{-1}
 \end{aligned}$$

伝達関数

$$\frac{1}{2} [1 \quad 1]$$

伝達関数と z 変換 (2/2)

$$H(z) = (1 + z^{-1})/2 \quad \leftarrow \text{伝達関数}$$
$$= \frac{1}{2} [1 \quad 1] [1 \quad z^{-1}]^T$$

$$X(z) = x_0 + x_1 z^{-1} + x_2 z^{-2} \quad \leftarrow \text{入力信号}$$

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad \leftarrow \text{出力信号}$$

$$= (1 + z^{-1})(x_0 + x_1 z^{-1} + x_2 z^{-2}) / 2$$
$$= (x_0 + x_1 z^{-1} + x_2 z^{-2} + x_0 z^{-1} + x_1 z^{-2} + x_2 z^{-3}) / 2$$

$$Y(z) = \{x_0 + (x_1 + x_0)z^{-1} + (x_2 + x_1)z^{-2} + x_2 z^{-3}\} / 2$$

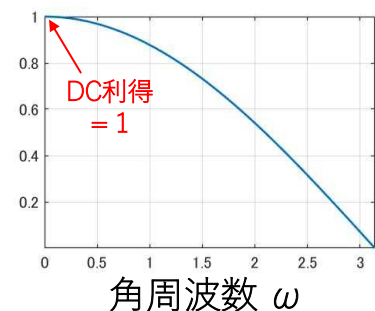
端点は削除

伝達関数と周波数特性

$$H(z) = (1 + z^{-1}) / 2 \quad \leftarrow \text{伝達関数}$$

$$H(e^{j\omega}) = (1 + e^{-j\omega}) / 2 \quad \leftarrow \text{周波数特性}$$

$$= \frac{1 + e^{-j\omega}}{2}$$
$$= \frac{e^{j\omega/2} + e^{-j\omega/2}}{2} e^{-j\omega/2}$$
$$= \left(\cos \frac{\omega}{2}\right) e^{-j\omega/2}$$



$$|H(e^{j\omega})| = \cos \frac{\omega}{2} \quad \leftarrow \text{振幅特性} \uparrow$$

$$\angle H(e^{j\omega}) = -\omega/2 \quad \leftarrow \text{位相特性}$$

伝達関数と周波数特性 (他の例)

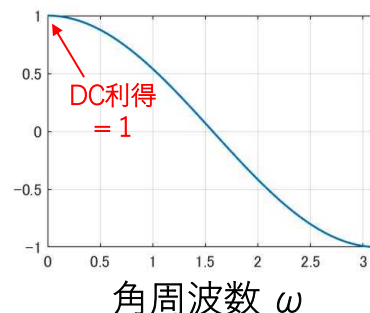
$$H(z) = (1 + z^{-2})/2$$

← 伝達関数

$$H(e^{j\omega}) = (1 + e^{-j2\omega})/2$$

← 周波数特性

$$\begin{aligned} &= \frac{1 + e^{-j2\omega}}{2} \\ &= \frac{e^{j\omega} + e^{-j\omega}}{2} e^{-j\omega} \\ &= (\cos \omega) e^{-j\omega} \end{aligned}$$



$$|H(e^{j\omega})| = \cos \omega$$

← 振幅特性 ↑

$$\angle H(e^{j\omega}) = -\omega$$

← 位相特性

ゼロ位相のフィルタ

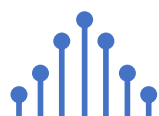
$$H(z) = (z^{+n} + 2 + z^{-n})/4$$

← 伝達関数

$$H(e^{j\omega}) = (e^{+jn\omega} + 2 + e^{-jn\omega})/4$$

← 周波数特性

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} + \frac{e^{+jn\omega} + e^{-jn\omega}}{4} \\ &= \frac{1 + \cos n\omega}{2} e^{-j\omega \cdot 0} \end{aligned}$$



偶対称かつ奇数タップ
のフィルタ係数

$$|H(e^{j\omega})| = \frac{1 + \cos n\omega}{2}$$

← 振幅特性

$$\angle H(e^{j\omega}) = 0$$

← ゼロ位相

3. ノイズ除去の方法

3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

3.3 線形フィルタ、畳み込み、ノイズ除去

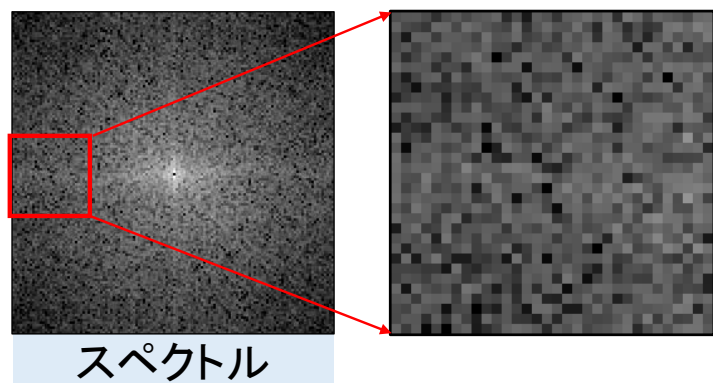
周波数領域
で理由説明

3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン

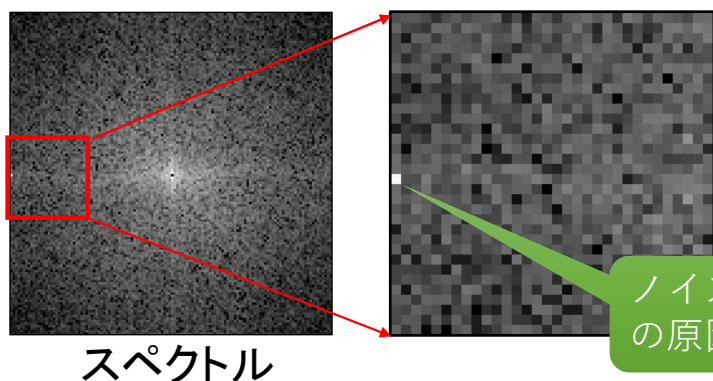
信号をスペクトルで捉える (1/2)



フーリエ
変換



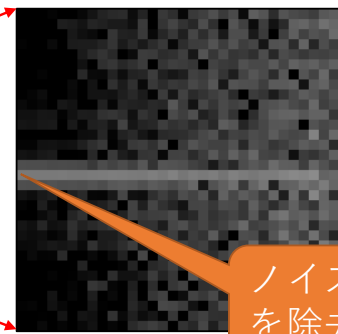
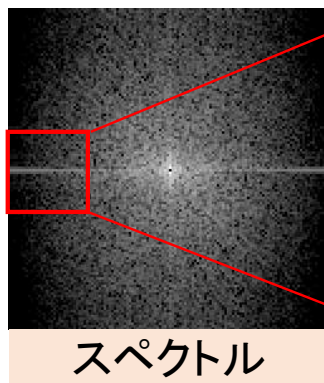
フーリエ
変換



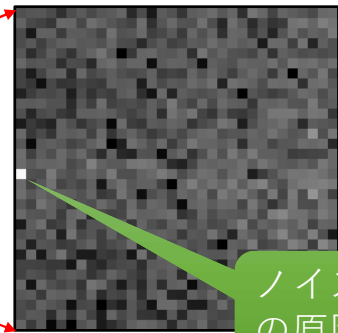
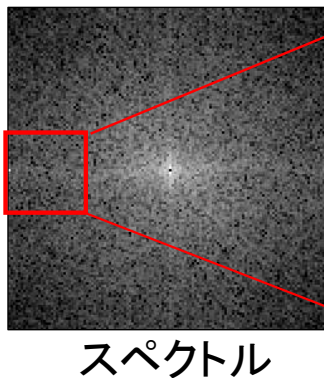
信号をスペクトルで捉える (2/2)



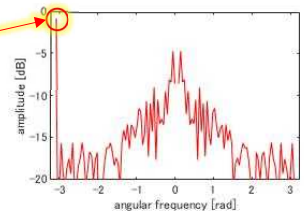
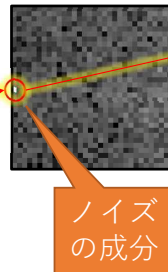
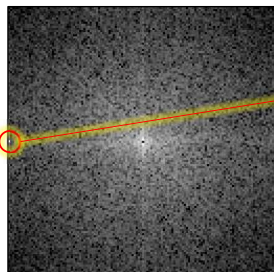
フーリエ変換



フーリエ変換



フーリエ変換



* たたみこみ

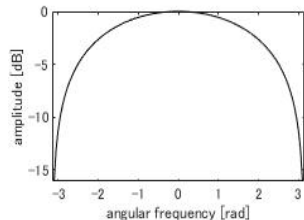
✗ かける

✗ かける
(logなので足す)

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

フィルタ係数

フーリエ変換



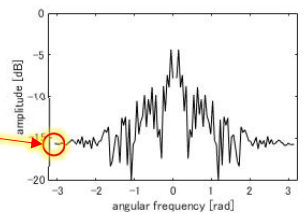
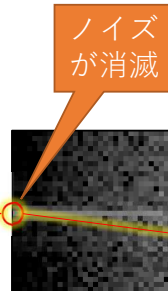
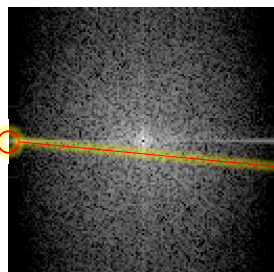
||

||

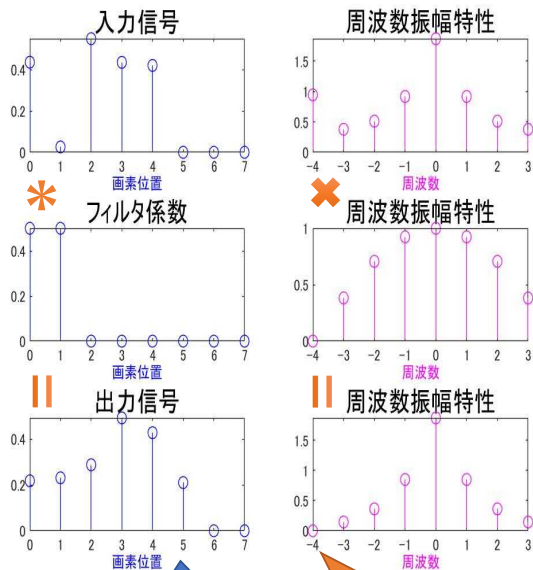
||



フーリエ変換



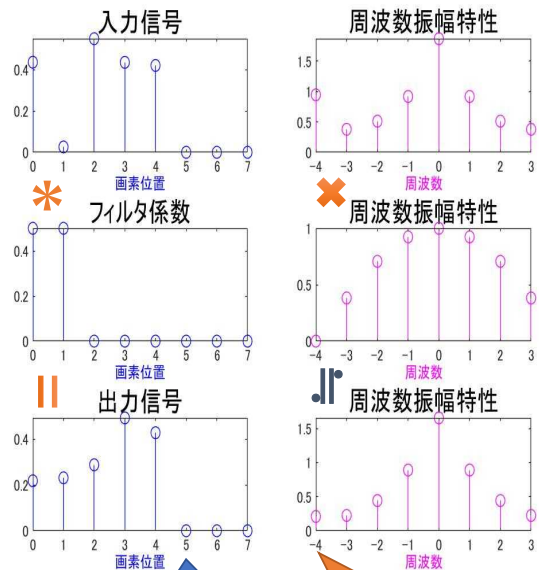
本当の畳み込み



出力の長さは
入力より長い

積の結果は
零となる

実際の画像処理



出力の長さは
入力と同じ

積の結果は
零ではない

3. ノイズ除去の方法

3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

3.3 線形フィルタ、畳み込み

3.4 非線形フィルタ、バイラテラル、ノンローカルミン



original image



ウィナー フィルタ
wiener2(v, [3 3])



バイラテラル フィルタ
imblatfilt(v)



JPEGによる
圧縮ノイズ



メディアン フィルタ
medfilt2(v, [3 3])



ノンローカルミーン
imnlmfilt(v)



original image



ウィナー フィルタ
wiener2(v, [3 3])



バイラテラル フィルタ
imblatfilt(v)



ガウシアン
ノイズ



メディアン フィルタ
medfilt2(v, [3 3])



ノンローカルミーン
imnlmfilt(v)

```
w=imread(' image. jpg' );
```

```
x = imnoise(w, ' gaussian', 0, 0.01); % ガウスノイズを付加
```

```
% x = imnoise(w, ' poisson' );
```

```
% x = imnoise(w, ' salt & pepper', 0.05);
```

```
% x = imnoise(y, ' speckle', 0.05);
```

```
for c=1:3
```

```
    v=x(:, :, c); % R, G, B各色にフィルタを適用
```

```
    % v=medfilt2(v, [3 3]); % メディアン フィルタ
```

```
    % v= wiener2(v, [3 3]); % ウィーナー フィルタ
```

```
    % v=imbilatfilt(v); % バイラテラル フィルタ
```

```
    v=imnlmfilt(v); % ノンローカルミーソフィルタ
```

```
    x(:, :, c)=v;
```

```
end
```

```
imshow(x);
```



3×3 近傍の
平均値フィルタ



画像 3 枚の
平均値



異なる時刻の複数枚

- ・ 信号は全て同じ
- ・ ノイズは全て異なる
ノイズの平均は零



5×5 近傍の
平均値フィルタ

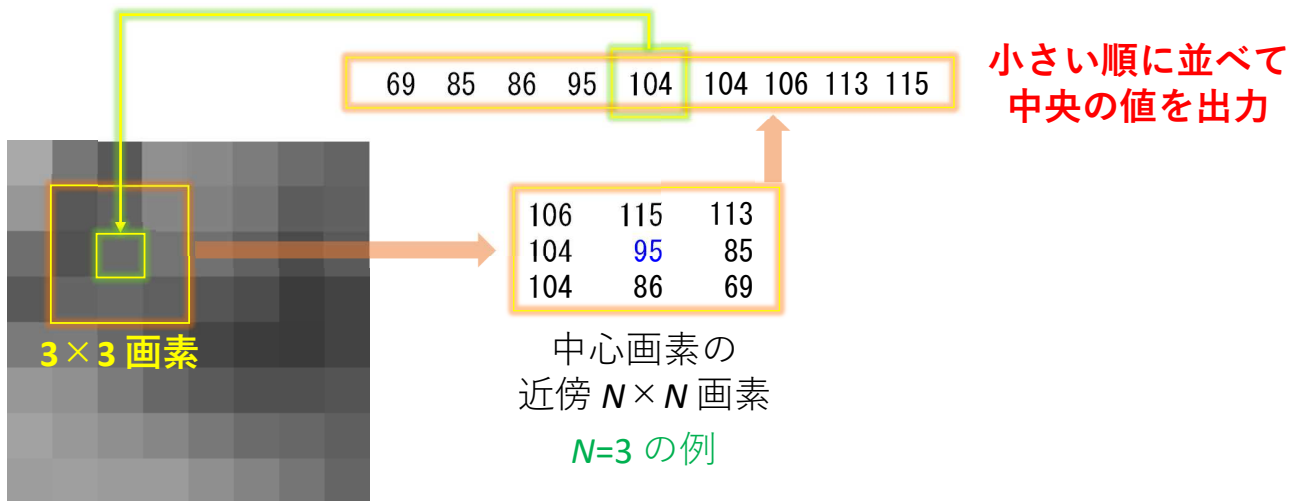


画像 7 枚の
平均値

→ 加算平均
同期加算

メディアン（中央値）フィルタ

$$y_{i,j} = \text{median}\{x_{i-m,j-n} \mid m=-1,0,1, n=-1,0,1\} \quad N=3 \text{ の例}$$



ガウシアン・フィルタ

$$y_{i,j} = \frac{1}{a} \sum_{m=-L}^L \sum_{n=-L}^L w_{m,n} x_{i-m,j-n}$$

$$a = \sum_{m=-L}^L \sum_{n=-L}^L w_{m,n}$$

DC利得を1にする

$$w_{m,n} = \exp \frac{-(m^2 + n^2)}{2\sigma^2}$$

中心に近い位置の画素に大きな重み

0.37 0.61 0.37
0.61 1.00 0.61
0.37 0.61 0.37
 $\sigma=1$

σ が小さい
≡ 全域通過フィルタ

0.78 0.88 0.78
0.88 1.00 0.88
0.78 0.88 0.78
 $\sigma=2$

0.99 1.00 0.99
1.00 1.00 1.00
0.99 1.00 0.99
 $\sigma=10$

σ が大きい
≡ 平均値フィルタ

バイラテラル・フィルタ bilateral filter

$$y_{i,j} = \frac{1}{a} \sum_{m=-L}^L \sum_{n=-L}^L w_{m,n} v_{m,n} x_{i-m,j-n}$$

$$v_{m,n} = \exp \frac{-(x_{i,j} - x_{i-m,j-n})^2}{2\tau^2}$$

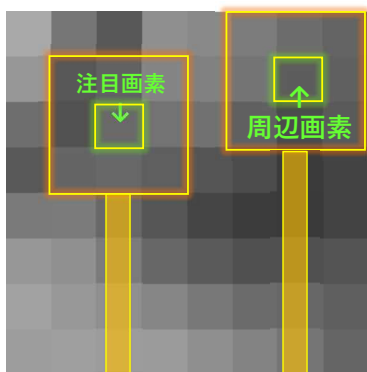
中心の画素値に近い値に
大きな重み

$$a = \sum_{m=-L}^L \sum_{n=-L}^L w_{m,n} v_{m,n}$$

DC利得を1にする

ノンローカル ミーン フィルタ

non-local mean filter



$v_{i,j}$ $v_{i+m,j+n}$

注目画素のパッチ ↔ 周辺画素のパッチ

似ているならば
重視する

$$y_{i,j} = \frac{1}{a} \sum_{m=-L}^L \sum_{n=-L}^L v_{m,n} x_{i+m,j+n}$$

$$v_{m,n} = \exp \frac{-\|v_{i,j} - v_{i+m,j+n}\|^2}{h^2}$$

パッチ同士が似ていれば※
大きな重み

※ L_2 ノルム (差の2乗和) が小さい

ノイズの分散 σ^2 を考慮する場合

$$v_{m,n} = \exp \frac{-\max(\|v_{i,j} - v_{i+m,j+n}\|^2 - 2\sigma^2, 0)}{h^2}$$

空間領域でのイメージの基本フィルター処理

<code>imfilter</code>		多次元イメージの N 次元フィルター処理
<code>roifilt2</code>		イメージの関心領域 (ROI) のフィルター
<code>nlfilter</code>		一般的なスライディング近傍演算
<code>imgaussfilt</code>		イメージの 2 次元ガウス フィルター処理
<code>imgaussfilt3</code>		3 次元イメージの 3 次元ガウス フィルター処理
<code>wiener2</code>		2 次元適応ノイズ フィルター
<code>medfilt2</code>	(中央値フィルタ)	2 次元のメディアン フィルター処理
<code>medfilt3</code>		3 次元のメディアン フィルター処理
<code>modelfilt</code>		2 次元および 3 次元モードのフィルター処理
<code>ordfilt2</code>		2 次元の次数統計フィルター処理
<code>stdfilt</code>		イメージの局所的な標準偏差
<code>rangefilt</code>		イメージの局所的な範囲
<code>entropyfilt</code>		グレースケール イメージの局所的なエントロピー
<code>imboxfilt</code>		イメージの 2 次元ボックス フィルター処理
<code>imboxfilt3</code>		3 次元イメージの 3 次元ボックス フィルター処理
<code>fibmetric</code>		イメージ内の細長い構造またはチューブ状構造の強調
<code>maxhessnorm</code>		行列のヘッシアンフロベニウス ノルムの最大値
<code>padarray</code>		配列のパディング

エッジ保存型フィルター処理

(非線形フィルタ)

<code>imbilatfilt</code>	バイラテラル	ガウス カーネルを使用する、イメージのバイラテラル フィルター処理
<code>imdiffuseest</code>		異方性拡散フィルター処理用パラメーターの推定
<code>imdiffusefilt</code>		イメージの異方性拡散フィルター処理
<code>imguidedfilter</code>		イメージのガイド付きフィルター処理
<code>imnlmfilt</code>	ノンローカルミン	イメージの非局所平均フィルター処理
<code>burstinterpolant</code>		低解像度バースト モード イメージのセットからの高解像度イメージの作成

ブレ除去

<code>deconvblind</code>		ブラインド デコンボリューションを使用したイメージのブレ除去
<code>deconvlucy</code>		ルーシー・リチャードソン アルゴリズムを使用したイメージのブレ除去
<code>deconvreg</code>		正則化フィルターを使用したイメージのブレ除去
<code>deconvwnr</code>		ウィナー フィルターを使用したイメージのブレ除去
<code>edgetaper</code>		イメージ エッジに沿って不連続部分を次第に小さくする
<code>otf2psf</code>		光学伝達関数を点像分布関数に変換
<code>psf2otf</code>		点像分布関数を光学伝達関数に変換
<code>padarray</code>		配列のパディング

3. ノイズ除去の方法

3.1 実例の紹介 (MATLAB、Photoshop)

3.2 平滑化と鮮鋭化

3.3 線形フィルタ、畳み込み

3.4 非線形フィルタ、**画質の定量評価**

ガウシアン
ノイズを
定量評価

PSNR
と
SSIM



原画像 (ノイズなし)



PSNR 25.9/ SSIM= 0.58



PSNR 19.9/ SSIM= 0.34



PSNR 16.4/ SSIM= 0.23

PSNR - Peak-Signal to Noise Ratio

(原画像との2乗誤差を対数で表示)

SSIM - Structural Similarity Index Measure

(局所的な平均、標準偏差、相互共分散を考慮)

JPEG 圧縮ノイズ を定量評価

PSNR
と
SSIM



原画像 (ノイズなし)



PSNR 33.1 / SSIM = 0.92



PSNR 31.0 / SSIM = 0.89



PSNR 25.2 / SSIM = 0.71

PSNR - Peak-Signal to Noise Ratio

(原画像との2乗誤差を対数で表示)

SSIM - Structural Similarity Index Measure

(局所的な平均、標準偏差、相互共分散を考慮)

ガウシアン ノイズを 定量評価

BRISQUE
と
NIQE

参照画像
は不要



原画像 (ノイズなし)



BRISQUE 37.7 / NIQE = 11.9



BRISQUE 42.8 / NIQE = 18.1



BRISQUE 44.3 / NIQE = 20.1

BRISQUE : Blind / Referenceless Image Spatial Quality Evaluator (BRISQUE)

NIQE : Naturalness Image Quality Evaluator (NIQE)

JPEG 圧縮ノイズ を定量評価

BRISQUE と NIQE

参照画像
は不要



原画像（ノイズなし）



BRISQUE 25.3/ NIQUE= 4.58



BRISQUE 30.8/ NIQUE= 4.85



BRISQUE 57.1/ NIQUE= 9.76

BRISQUE : Blind / Referenceless Image Spatial Quality Evaluator (BRISQUE)
NIQE : Naturalness Image Quality Evaluator (NIQE)

画質を定量的に評価する関数

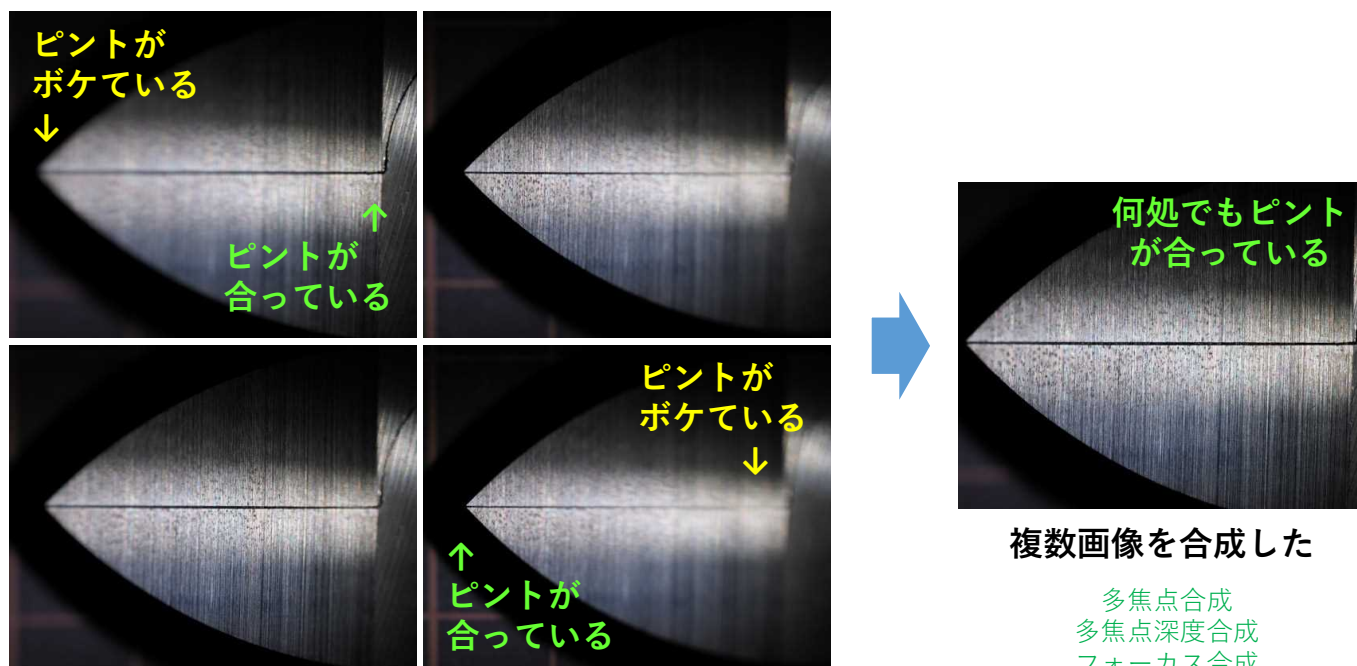
完全参照画質メトリクス

immse	平均二乗誤差
psnr	ピーク S/N 比 (PSNR)
ssim	画質を測定するための構造的類似性 (SSIM) 指数
multissim	画質のマルチスケール構造的類似性 (MS-SSIM) 指数
multissim3	ボリュームの品質のマルチスケール構造的類似性 (MS-SSIM) 指数

非参照画質メトリクス

brisque	Blind/Referenceless Image Spatial Quality Evaluator (BRISQUE) 非参照画質スコア
fitbrisque	BRISQUE 画質スコアのカスタム モデルの適合
brisqueModel	Blind/Referenceless Image Spatial Quality Evaluator (BRISQUE) モデル
niqe	Naturalness Image Quality Evaluator (NIQE) 非参照画質スコア
fitniqe	NIQE 画質スコアのカスタム モデルの適合
niqeModel	Naturalness Image Quality Evaluator (NIQE) モデル
piqe	Perception based Image Quality Evaluator (PIQE) 非参照画質スコア

マクロレンズのピンボケ解消



マクロレンズで焦点距離を変えて複数枚を撮影
被写界深度が浅い → 焦点が合う箇所が限定される

その他～ 複数枚を加算平均する

加算平均でノイズを除去して綺麗な星景写真！
加算平均の方法と有効な使い方とは!?

<https://camera-beginner.sakura.ne.jp/wp/?p=16058>

ステライメージ4によるしあわせ画像処理
「くっきりオリオン大星雲」

<https://www.astroarts.co.jp/stella/shiawase/001/index-j.html>

α7RⅢ, EF 24-70mm
F2.8, ISO 3200
2020.6.21 長岡市